

Нелинейно—динамический подход в анализе неустойчивости параметров мемристора*

© 2019 г. И. В. Матюшкин§

*АО «НИИ молекулярной электроники»,
1-й Западный проезд, д. 12/1, Зеленоград, Москва, 124460, Россия*

Аннотация. Представлен общий комплекс идей, связанных с моделированием мемристоров. Мемристор рассматривается как частично упорядоченная физико—химическая система, находящаяся, согласно нелинейной динамики, в пределах «края хаоса». Логико—историческая взаимосвязь физики мемристоров, нелинейной динамики и нейроморфных систем иллюстрируется в виде схемы. Нелинейность разделена нами на внешнюю, когда описывается поведение электрической цепи, содержащей мемристор, и внутреннюю, обусловленную процессами в объеме филамента. В рамках имитационного моделирования обращается внимание на коннекционистский подход, известный в теории нейронных сетей, но применимый для описания эволюции филамента как динамики сети ловушек, связанных электрически и квантово—механически. Состояние каждой ловушки дискретно, а сама она называется «осциллятор». Указывается на прикладное значение теории решеток связанных осцилляторов. Протекание через филамент тока большой плотности может приводить к необходимости учета и дискретных процессов (генерация ловушек), и непрерывных процессов (введение в модель элементов зонной теории твердого тела).

Однако далее развивается компактная модель, в которой состояние такой сети агрегировано до трех фазовых переменных: длина филамента, его суммарный заряд и локальная температура. Несмотря на кажущийся физический смысл, все переменные имеют формальный характер, присущий обычно параметрам компактных моделей. Модель состоит из одного алгебраического уравнения, двух дифференциальных и одного уравнения интегральной связи и наследована из простейшей модели Струкова. Поэтому в ней используется подход функции окна. Указывается, что, согласно теореме Пуанкаре—Бендиксона, этого достаточно для объяснения неустойчивости четырех ключевых параметров (напряжений переключения и сопротивлений) при циклировании мемристора. На небольшой выборке экспериментальных данных проанализированы Фурье—спектры временного ряда этих параметров. Данные относятся к структуре $\text{TiN}/\text{HfO}_x/\text{Pt}$ ($0 < x < 2$). Предварительный вывод, требующий дальнейшей проверки, заключается в преобладании низких частот и стохастичности появления частот.

Ключевые слова: мемристор, нелинейная динамика, коннекционизм, компактная модель, циклирование

Введение

В настоящее время активно расширяется сфера применения мемристоров в СБИС, в частности, в перспективных нейроморфных системах [1—3]. Мемристоры на основе резистивного эффекта используются и для формирования весовых коэффициентов синаптических связей, и в составе «тела» искусственного нейрона, что сдерживается пока слабой воспроизводимостью [3] свойств мемристора (от ячейки к ячейке и при циклировании одной).

Тем не менее за последние десять лет уже накоплен определенный опыт создания как точных, так и компактных моделей мемристора [4—6]. Компактные модели допускают присутствие абстрактных параметров, далеких от физической интерпретации, и удобны для схемотехнических расчетов, требующих быстрой.

Целью статьи является: во—первых, развитие идей по моделированию внутренней нелинейной динамики мемристора; во—вторых, в рамках разработанной компактной модели учет неустойчивости его параметров при циклировании; в—третьих, выявление закономерностей в Фурье—спектре дискретного временного ряда, полученного из эксперимента.

Под циклированием мы понимаем (отклик мемристора на) такой подаваемый с периодом T сигнал напряжения, что мемристор проходит все свои мультистабильные состояния. Физическая реали-

Матюшкин Игорь Валерьевич§ — канд. физ.—мат. наук, старший научный сотрудник отдела функциональной электроники, e-mail: imatyushkin@niime.ru

§ Автор для переписки

* Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на I-й международной конференции «Математическое моделирование в материаловедении электронных компонентов», Москва, 21—23 октября 2019 г.

зация мемристоров часто дается в виде структуры «металл—диэлектрик—металл» (МДМ, рис. 1). Строго говоря, следует делать различие между мемристором и мемристивным элементом, поскольку первый есть элемент электрической цепи, подразумевающий средства подачи напряжения и периферию, а второй лишь входит в состав первого. Для простоты пренебрежем этим различием в пользу узкого понимания.

Междисциплинарные связи. Мультистабильность. Хаос

По нашему мнению, вполне допустимо, а иногда даже полезно, рассматривать отдельно друг от друга мемристоры, нелинейную динамику и нейроморфные вычисления. Мемристор определяем, по Википедии, «как пассивный элемент в микроэлектронике, способный изменять свое сопротивление в зависимости от протекавшего через него заряда (интеграла тока за время работы)» и анализируем только электронно-ионные процессы, обеспечивающие такое его поведение. Нелинейную динамику считаем «зонтичной» конструкцией, придуманной математиками для обобщения экзотических решений в области систем обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих «по недоразумению» какие-то физические процессы. Область нейроморфных вычислений сосредоточена сугубо на информационных аспектах искусственных нейронных сетей и пренебрегает вопросами физической реализации.

Однако существует взаимосвязь этих областей, олицетворенная в фигуре Леона Онг Чуа [7]. Поэтому уместно составить с учетом географии персонализированную логико-историческую схему такой взаимосвязи, как она представляется автору (рис. 2).

Внешняя нелинейность проявляется через динамику той электрической цепи [8], в состав которой введен мемристор — это один из истоков идею Чуа. Но возможна и внутренняя нелинейность, связанная с динамикой одиночного филамента и проявляющаяся через циклирование [9]. Эту нелинейность в смысле «среднего по времени» на формальном уровне и при некоторых конкретизациях рассмотрели Першин и Слипко в совсем недавних работах [10, 11]. Безусловно, внутренняя нелинейность порождает внешнюю.

По нашему мнению, мемристор является хорошим примером системы, находящейся на «краю хаоса» (*Edge of Chaos*) [12], т. е. поведение которой балансирует между абсолютным порядком и непредсказуемым хаосом — в данном случае из-за наличия мультистабильности. Данная мультистабильность, которую часто объясняют на примере кривой энергии Гиббса с несколькими неглубоки-

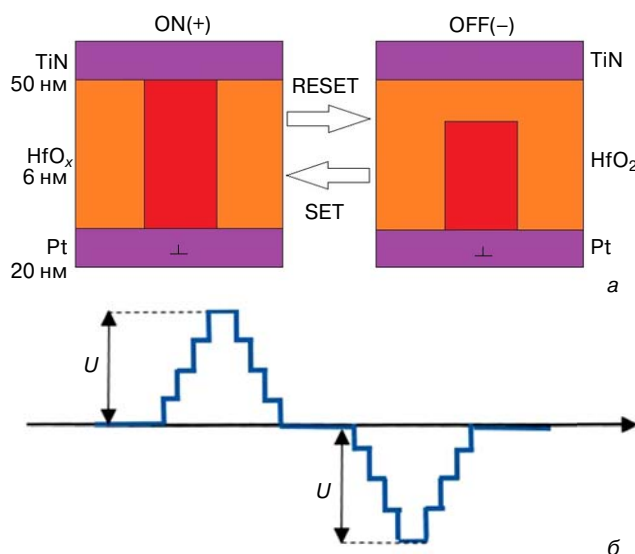


Рис. 1. Мемристивный элемент, взятый за типовой, и схема его циклирования:

а — общая геометрия с указанием области филамента и состояний ON-OFF; б — схема переключения состояний

Fig. 1. The memristive element, taken as a typical one, and its cycling scheme:

(a) general geometry with indication of the filament area and ON-OFF states, (b) state switching diagram

ми локальными минимумами, проистекает из-за частичной упорядоченности физико-химической системы (аналогия с частично упорядоченным множеством в математике). В качестве примера приведем стекло или, если взять микроэлектронику, SiO_2 , субоксиды SiO_x или оксинитридные слои $\text{Si}_3\text{N}_{4-x}\text{O}_x$. Для оксидов переходных металлов, используемых в резистивной памяти или сегнетоэлектриках, она связана как с переменной валентностью атома металла, так и нарушениями на расстояниях среднего порядка в, как правило, поликристаллической структуре пленки. Область филамента можно рассматривать как распределенную структуру ловушек и неоднородностей, и для создания точных моделей принципиально важно учитывать этот подход (рис. 3). Есть примеры, наподобие инженерии точечных дефектов, когда неоднородности искусственно вводятся в слой диэлектрика, чтобы приблизить его к краю хаоса. Удобно назвать такие неоднородности «осцилляторами» [13, 14]. Получается сеть, связанная прежде всего путем туннелирования; отсюда релевантность механизма прыжковой проводимости, модели Пула—Френкеля. Однако следует предостеречь от чрезмерной абсолютизации; при больших плотностях тока скорее всего более предпочтительна концепция зонной диаграммы, и уже само протекание тока влияет на количество ловушек. По-видимому, необходим синтез обеих точек зрения.

С формальной точки зрения мультистабильность представляет собой особое свойство коннекционистской системы, связанной с множественностью конфигураций [16] сети и вероятностной динамикой

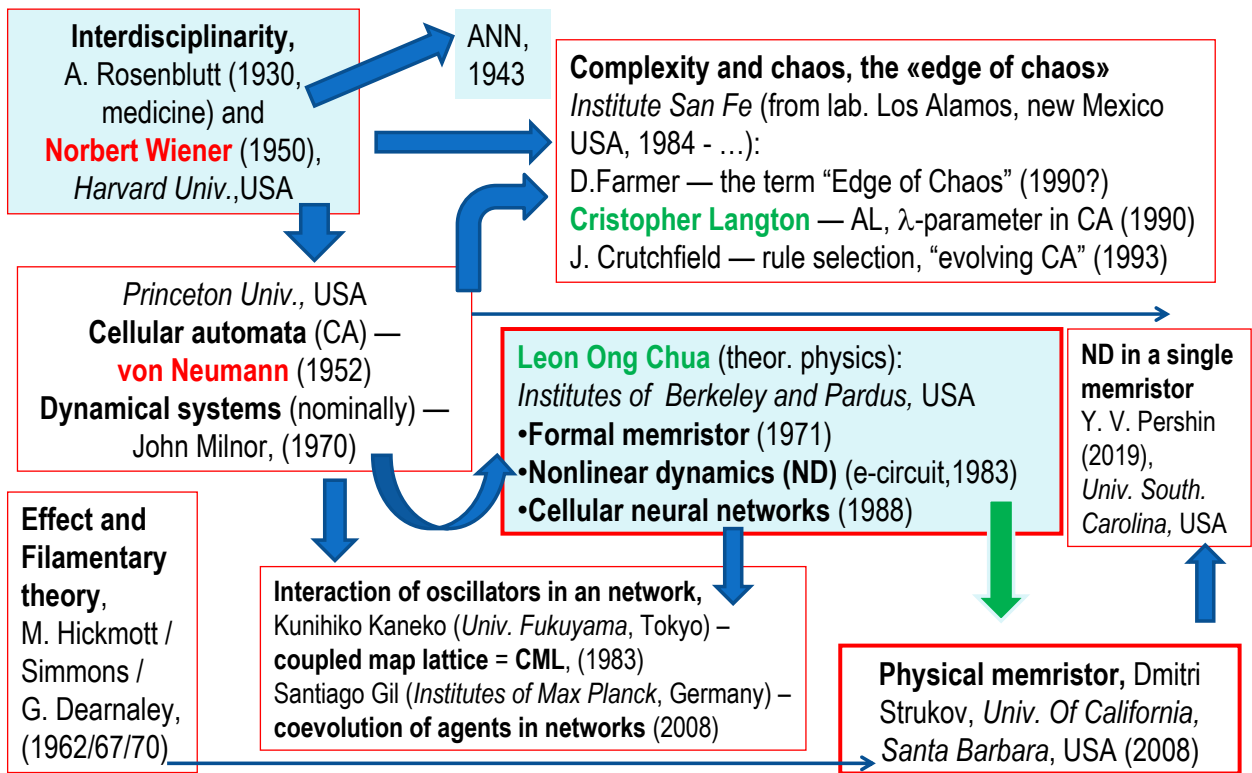


Рис. 2. Взаимосвязи нелинейной динамики, мемристоров и нейроморфных вычислений.

ANN — искусственная нейронная сеть, 1943 г. отсылает к формальному нейрону МакКаллока—Питса. При этом первые модели нейронов, разработанные физиологами, следует датировать 1908 г. В СССР механизм обратимого переключения проводимости исследовался в конце 1970–х гг. В области нелинейной динамики, начиная со времен Пуанкаре, работало множество ученых; мы выделили John Willard Milnor за его учебник по голоморфной динамике, т. е. динамике комплекснозначных переменных, акцентированный на вопросы топологии; AL — искусственная жизнь. Красным выделены великие ученые, зеленым — ученые, имеющие яркие достижения

Fig. 2. Interconnections of nonlinear dynamics, memristors and neuromorphic computations.

ANN is Artificial Neural Network, 1943 refers to the formal McCulloch—Pitts neuron. At the same time, the first models of neurons developed by physiologists should be dated to 1908. In the USSR, the mechanism of reversible conduction switching was studied in the late 1970s. Many scientists have worked in the field of nonlinear dynamics since the time of Poincaré; we singled out John Willard Milnor for his textbook on holomorphic dynamics, that is, dynamics of complex-valued variables, with a focus on topology; AL is Artificial Life.

Great scientists are highlighted in red, scientists with outstanding achievements are highlighted in green

переходов в них, что выводит нас на проблематику информационной и физической энтропий. По Креффилду [12], «a system that is on the edge of chaos has the largest information capacity, and therefore the highest speed/efficiency of calculations». В случае нейроморфной системы на основе мемристоров мы имеем дело с внешней мультистабильностью, а в случае одиночно мемристора — с внутренней. Развиваемое представление об «осцилляторах» близко к модели Курамото (см., например, [17]). Нелинейная динамика такой системы может быть как регулярной, так и хаотической, а также принадлежать в узкой области значений параметров к промежуточному случаю «края хаоса» (рис. 4).

Не следует думать, что область нелинейной динамики оторвана от физико-технической практики микроэлектроники. Физический пример «удвоения периода» был недавно найден Эверхартом [18] в титанате бария, т. е. в материале, близком к сегнетоэлектричеству и резистивной памяти.

Важную роль играет феномен детерминированного, или динамического, хаоса. Из обилия примеров

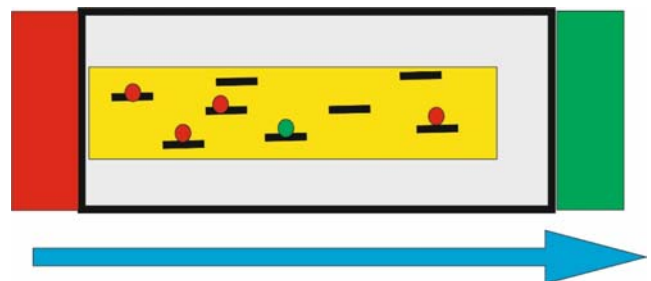


Рис. 3. Коннекционистский взгляд на структуру филамента.

Желтым цветом маркирована его область между двумя электродами, условно показанными красным и зеленым прямоугольниками. «Осциллятор» принимает дискретные значения 0,1 или $-1,0,1$ (анион, нейтральный атом, катион), или больше (6, согласно [15]). Красный кружок — избыточный электрон, зеленый — отсутствующий. Синяя стрелка — направление тока электронов между электродами

Fig. 3. Connectionist view of the filament structure.

Its area between two electrodes, conventionally shown by red and green rectangles, is marked in yellow. The “oscillator” takes discrete values of 0.1 or $-1,0,1$ (anion, neutral atom, cation), or more (6, according to [15]). Red circle is excess electron, green is missing. Blue arrow is the direction of the electron current between the electrodes

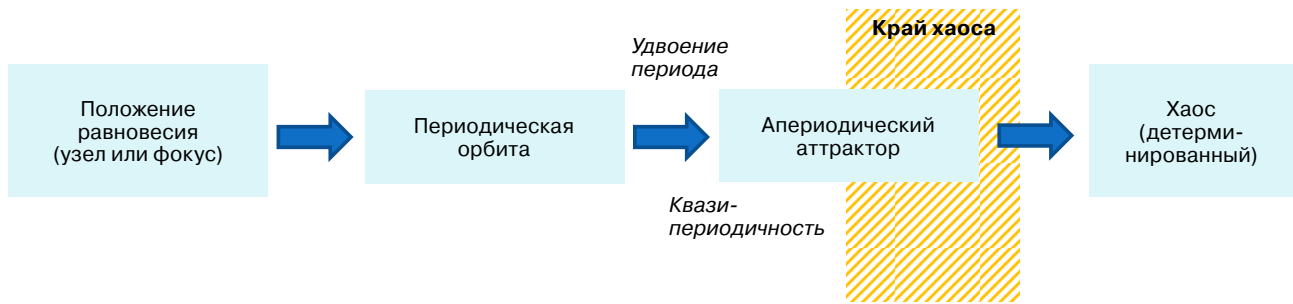


Рис. 4. Режимы поведения динамической системы. «Край хаоса» как граница регулярного и хаотического поведения
Fig. 4. Modes of behavior of a dynamic system. "Edge of chaos" as the border of regular and chaotic behavior

выберем в качестве иллюстрации псевдослучайную последовательность (знак {} означает операцию взятия дробной части числа):

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad f(x) = \left\{ \frac{ax}{x+b} \right\}, \quad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_0 = 0,9$$

При таких начальных данных имеет место детерминированный хаос, причем Фурье-разложение (точнее, быстрое дискретное преобразование) временного ряда также выглядит хаотическим. Заметим, что для другого начального условия $x_0 = 1/2$ динамика регулярна: $x_n \rightarrow 0$.

Из такого банального вывода нелинейной динамики следует практическое следствие — управление мемристором за счет выбора начального состояния (процедура постформовки, или тренировки) делает достижимой воспроизводимость его работы. В частности, как показано Лебедевым [19] (метод «Reset Verify»), подача каскада импульсов напряжения делает при дальнейшем циклировании поведение четырех ключевых его параметров стабильным. По сообщениям двух независимых исследователей, А. Н. Михайлова (Нижегородский университет) и А. М. Маркеева (МФТИ), для мемристивного элемента, созданного на основе Ta_2O_5 , стабилизация, т.е. достижение устойчивого положения, достигается примерно за 200 циклов переключения.

Компактная модель

Далее отойдем от точной модели мемристора в сторону создания компактной однофилламентарной модели для простейшего мемристора с двумя уровнями сопротивления. Сразу обратим внимание на следствие из теоремы Пуанкаре—Бендиксона — в системе автономных дифференциальных уравнений хаотическая динамика возможна лишь при ее размерности $m \geq 3$. Следовательно, если мы хотим описать систему «осцилляторов» в области филамента какими-то агрегированными переменными, то для объяснения неустойчивости при циклировании необходимо использовать 2, а лучше 3, внутренних переменных (ослабление ограничения до 2 мы относим на дискретность отсчетов $\langle (V_{\text{SET}}, V_{\text{RESET}}, R_{\text{ON}}, R_{\text{OFF}})(n) \rangle$, где n — номер цикла, V_{SET} — напряжение

записи, V_{RESET} — напряжение стирания, R_{ON} — низкий уровень сопротивления, R_{OFF} — высокий уровень сопротивления). Сформулируем основные положения, лежащие в основе разработанной компактной модели:

P1. Девиация внешних параметров мемристора от цикла к циклу, в простейшем случае напряжений переключения $V_{\text{SET}}(n)$, $V_{\text{RESET}}(n)$, результат не столько случайных процессов, сколько нелинейной динамики и свойственной ей феномена детерминированного хаоса;

P2. Количество фазовых переменных динамической системы не менее двух, причем одна (w — длина филамента) уже присутствует в существующих моделях, а другая (Q) не имеет ясной физической интерпретации, т.е. $s = (w, Q)$;

P3. Несмотря на то, что величина Q в компактной модели мемристора вводится сугубо формально, как, например, большинство SPICE-параметров модели транзистора, мы, тем не менее, для лучшего понимания придаем ей физический смысл накопленного в объеме филамента условно неподвижного, «фиксированного» заряда; общими условиями его возникновения служат нестехиометрия оксида, оборванные связи и многообразные ловушечные уровни;

P4. Общей причиной изменения «фиксированного» заряда есть суммарный электронный заряд, протекший через мемристор в обоих направлениях

за время от начала цикла, т.е. $Q(t) = Q(0) + F \left(\int_0^t I(t) dt \right)$,

$t \in [0; T]$, где $Q(0)$ — первоначальный заряд, накопленный в начале периода; допускается, что заряд Q дискретная величина, т.е. может измеряться в единицах элементарного заряда $Q = Ne$;

P5. Весь заряд Q сосредоточен в центре филамента;

P6. Третьей фазовой переменной является локальная температура филамента.

Два последних положения представляются дополнениями к ядру компактной модели, чрезмерной идеализацией. Во-первых, некорректно применять равновесные понятия (локальная температура θ) для наноразмерной области. Во-вторых, очевид-

но, заряд распределен по всей области филамента, и, скорее всего, неравномерно. Наша модель основана на модели Струкова [20], — назовем ее стандартной, — ничего не добавляя к формальному отражению физических процессов, кроме положений P1÷P6. Следует отметить, что первая переменная в общем известна, а семантика второй переменной дискуссионна. В частности, авторы [21] взяли за нее диаметр филамента; на наш взгляд, поскольку очевидна корреляция длины и ширины филамента при его росте, такое решение, напрашивающееся на первый взгляд, неверно.

Выпишем формальные соотношения модели. Пусть D, w_{form} — толщина оксидного слоя и неснижаемый размер филамента после электроформовки; $0 \leq x \leq 1$ — мера длины филамента ($x = 1$ в состоянии ON и $x = 0$ при наибольшем зазоре, т. е. $w = w_{\text{form}}$), $R_{\text{form}}, R_{\text{ON}}(0), R_{\text{OFF}}(0)$ — сопротивления соответственно остова филамента, в состояниях ON и OFF до начала циклирования. Тогда фазовая переменная $x(t)$ определит текущее значение сопротивления по формуле последовательного соединения проводников для трех участков

$$R(t) = R_{\text{form}} + (R_{\text{ON}}(0) - R_{\text{form}})x(t) + (R_{\text{OFF}}(0) - R_{\text{form}})(1 - x(t)). \quad (1)$$

Текущее значение протекающего через мемристор тока задается законом Ома, но при сдвиге напряжения на некоторую величину, зависящую от текущего заряда филамента $N(t)$ и имеющую вид кулоновского барьера

$$I(t) = \frac{1}{R(t)} \left(V(t) - k_1 \frac{N(t)}{\frac{x(t)}{2} + k_0} \right), \quad (2)$$

$$k_1 \equiv \alpha \frac{e}{4\pi\epsilon_0(D - w_{\text{form}})}, \quad k_0 \equiv \frac{w}{D - w_{\text{form}}},$$

e — элементарный заряд; $0 < \alpha < 1$ — поправочный коэффициент; $V(t), t \in (T(n-1); nT)$ — развертка напряжения. Это самый простой способ учета P5. Другой путь учета заряда связан с идеей, что линии тока искривляются, обтекая заряд Q по сторонам, и, таким образом, уменьшается эффективная площадь филамента, что приводит к возрастанию его сопротивления. Уравнение стандартной модели на внутреннюю переменную расщепляется на два, по форме сходных друг с другом:

$$\left\{ \frac{dx}{dt} = k_2 f_w(x(t)) I(t), \frac{dN}{dt} = k_3 v(N) I(t) \right\}, \quad (3)$$

f_w — функция окна, стандартное выражение для которой степенное $f_w(x) = 1 - (2x - 1)^{2p}$, $p \in \mathbb{N}$; $v(N)$ — вводимая нами впервые функция захвата, удовлетворяющая условиям (4) и которую можно задать в виде (5)

$$0 \leq v(N) \leq 1, v(N_{\text{max}}) = 0, v(0) = v_0 < 1, \quad (4)$$

$$v(N) = v_0 \left(1 - \frac{N}{N_{\text{max}}} \right) \Leftrightarrow v(N) = v_0 \left[\exp \left(1 - \frac{N}{N_{\text{max}}} \right) - 1 \right]. \quad (5)$$

Постулируется, что существует максимальная величина N_{max} заряда накопления в объеме филамента. Для функции захвата целесообразно ввести параметрическую асимметрию по отношению к знаку заряда, особенно с учетом характерной асимметрии кривой гистерезиса (рис. 5) для биполярного мемристора. Коэффициенты функции захвата имеют квантово-механическую природу и связаны с локальной температурой филамента θ предположительно по закону Аррениуса. Поэтому выпишем дополнительное соотношение на третью фазовую переменную, динамика которой является «долговременной» по сравнению с динамикой тока и заряда

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \int_0^T \kappa I(t, N)^2 R(x(t), N) dt - k_4 (\theta_n - \theta_0). \quad (6)$$

Оно основано на законах Фурье (θ_0 — температура подложки) и Джоуля—Ленца. Локальная температура представлена отсчетами в начале цикла, т. е. $t = 0, T, 2T, 3T, \dots$ Таким образом, компактная модель состоит из одного алгебраического уравнения (2), двух дифференциальных (3) и одного интегральной связи (6).

Методика экстракции при циклировании. Фурье-спектры

Важно обратить внимание на сочетание кратковременных и долговременных факторов, что определяет характерное время изменения напряжения при циклировании. Например, атомарно-ионные процессы, такие как диффузия кислородных вакансий (отражена в (3), первое уравнение), по постоянной времени должны быть сравнимы с электрическими и электронными. Если же это не так, и динамика филамента не успевает за вариациями напряжения, то появляются биения и вогнутость кривой гистерезиса (рис. 5).

Существует также асимметрия в точности определения пары $R_{\text{ON/OFF}}$. Принятая нами за стандарт методика заключается в поиске экстремума на участках гистерезисной кривой $I(V)$ для dI/dV . Эту методику можно принять и для расчетных данных.

Обратим внимание на переход от внутренних переменных модели к внешним, экспериментально наблюдаемым, т. е. $\langle V_{\text{SET}}, V_{\text{RESET}}, R_{\text{ON}}, R_{\text{OFF}} \rangle(n)$. Ме-

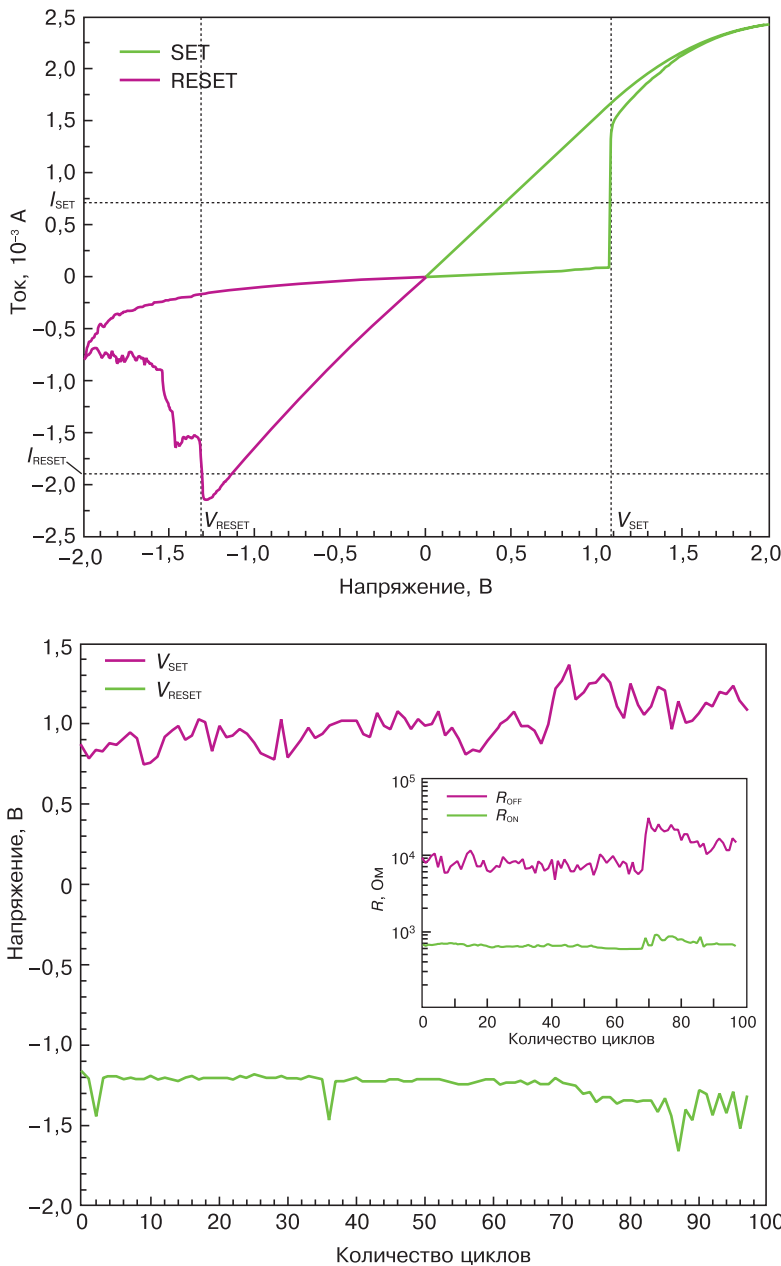


Рис. 6. Динамика «от цикла к циклу» напряжений переключения и сопротивлений (вставка). Данные эксперимента

Fig. 6. Dynamics «from cycle to cycle» of switching voltages and resistances (insert). Experiment data

тодика измерений и одновременно такого перехода формализуется так

$$t_{\text{SET,RESET}}^*: \min, \max_{0 \leq t \leq T} \left[\left| \frac{1}{a(t)} \frac{dI}{dt} \right| \right], a(t) \equiv \frac{dV}{dt}, t: a(t) \neq 0,$$

$$t_{\text{SET,RESET}}^* \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ N \end{pmatrix}_{t=t^*} \rightarrow \begin{pmatrix} R(t^*) = R_{\text{ON,OFF}} \\ V(t^*) = V_{\text{SET,RESET}} \end{pmatrix}, \theta(T). \quad (7)$$

Модель (1—6) можно испытывать в непрерывном времени, проводя процедуру (7) в каждом цикле и порождая дискретную последовательность отсчетов. Эту последовательность, полученную либо экспериментально, либо теоретически, можно под-

Рис. 5. Типичная и реалистичная кривая гистерезиса на одном цикле переключения (100-й цикл). Точные модели обязаны учитывать особенности негативной нагрузки и электронно-ионных процессов, компактные модели могут их не предсказывать. Значение V_{RESET} имеет худшую точность, чем V_{SET}

Fig. 5. Typical and realistic hysteresis curve for one switching cycle (100th cycle). Exact models must take into account the peculiarities of negative loading and electron-ion processes, compact models may not predict them. V_{RESET} has poorer accuracy than V_{SET}

вергать обработке и анализу, например, используя дискретное преобразование Фурье.

Приведем пример для одной из структур (рис. 1) с толщиной оксидного слоя 4 нм, биполярном переключении и циклировании треугольными импульсами со следующими параметрами:

- амплитуда по напряжению: $U = 2,0$ В;
- шаг по напряжению: 0,01 В;
- всего измерений на один ступенчатый импульс: 4000;
- всего измерений на цикл считывания: 16000;
- длительность измерения одной точки (одной ступеньки): ~5,4 мс;
- длительность цикла считывания: $5,4 \text{ мс} \cdot 16000 = 86,4 \text{ с}$;

Для взятия Фурье-образа нормализованного сигнала, т. е. $u \rightarrow \frac{(u - \bar{u})}{(u_{\text{max}} - u_{\text{min}})}$,

где $u = u(n)$, $n = 1, \dots, m \sim 100+150$ — исходный временной ряд, использовали быстрое преобразование Фурье (команда **fft** MATLAB). Единице на шкале частот соответствует естественная частота $\omega_1 = 2\pi/m$. Заметим, что нет возможности отслеживать иррациональные частоты, прежде всего в промежутке низких частот $\omega \in (\omega_1; \omega_2 = 2\omega_1)$. Низкие частоты преобладают (рис. 7), однако это

отвечает теории рядов Фурье. Является ли данный феномен артефактом метода или действительным феноменом, нам сложно сказать из-за недостаточной выборки. Для разных ячеек спектры Фурье многообразны, не подчиняясь какой-либо общей закономерности. Еще раз отметим, что для кривой V_{RESET} погрешность методики экстракции сравнима с величиной девиации.

Несмотря на отрицательный результат (поскольку закономерности не обнаружено), на основании экспериментальных данных можно сделать предварительный вывод о том, что не наблюдается ни периодических, ни квазипериодических колебаний, т. е. режим динамики хаотический.

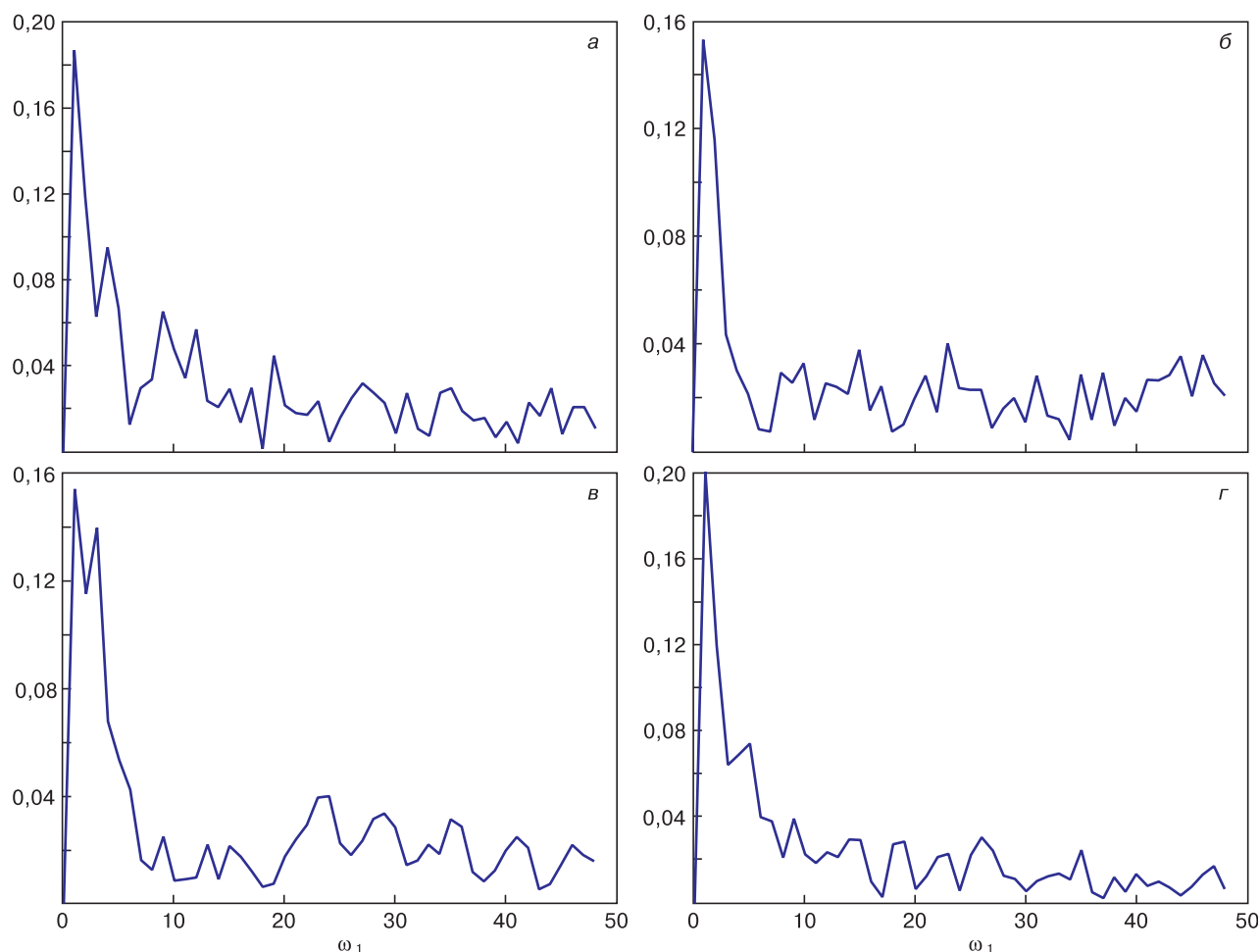


Рис. 7. Фурье-спектры на основе данных рис. 6 (100 циклов): а — V_{SET} ; б — V_{RESET} ; в — R_{ON} ; г — R_{OFF}

Fig. 7. Fourier spectra based on the data in Fig. 6 (100 cycles): (a) V_{SET} , (б) V_{RESET} , (в) R_{ON} , (г) R_{OFF}

Заключение

Впервые выдвинут абстрактный тезис о том, мемристивный элемент представляет пример частично упорядоченной структуры, поведение которой лежит в пределах «края хаоса». Экспериментально наблюдаемая величина протекающего через мемристор тока зависит, но не определяется полностью, от системой ловушечных уровней, заполняющих объем области филамента. Поэтому модели мемристора, стремящиеся к точности и физическим обоснованиям, должны учитывать особенности коннекционистского подхода, его синтеза с нелинейно-динамическим и энтропийно-информационное описание коннекционистских систем.

Мы впервые рассмотрели работу одиночного мемристивного MDM-элемента при циклировании с точки зрения нелинейной динамики и феномена детерминированного хаоса. Предложенные модельные соотношения не отражают в полной мере сложность электрохимических превращений в тонком активном слое и ориентированы на вычислительную эффективность. Наша модель не учитывает деградиационных изменений. С другой стороны, мы

допускаем, что при правильном выборе функций окна и захвата модель сможет продемонстрировать перехода в режим «*fatigue*», наступающем на практике обычно после десятка тысяч циклов. Развитие модели позволит более осмысленно подходить к симуляции циклирования мемристивного элемента без привлечения усеченного распределения Гаусса или другого, взятого «по умолчанию».

Сделанный спектральный анализ относится к ограниченному числу образцов, требует дополнения (например, для мемристивных элементов, изготовленных по различным технологиям и толщинами слоев) и имеет лишь иллюстративный характер. Он не позволяет ни доказать, ни опровергнуть основную посылку доклада. Нами не было выявлено каких-то явных закономерностей в Фурье-спектрах. Единственный вывод, который, предположительно, можно сделать, состоит в доминировании низкочастотной области спектра.

Библиографический список

1. Тарков М. С. Реализация нейронной WTA-сети на мемристивном кроссбаре // Прикладная дискретная математика. Приложение. 2015. Вып 8. С. 151—154. DOI: 10.17223/2226308X/8/59
2. Wang Z., Wu H., Burr G. W., Hwang C. S., Wang K. L., Xia Q., Yang J. J. Resistive switching materials for information processing

// Nature Rev. Mater. 2020. V. 5. P. 173—195. DOI: 10.1038/s41578-019-0159-3

3. Zhao M., Gao B., Tang J., Qian H., Wu H. Reliability of analog resistive switching memory for neuromorphic computing // Appl. Phys. Rev. 2020. V. 7, Iss. 1. P. 011301(16pp.). DOI: 10.1063/1.5124915

4. Benderli S., Wey T. A. On SPICE macromodeling of TiO_2 memristors // Electronics Lett. 2009. V. 45, N 7. P. 377—379. DOI: 10.1049/EL.2009.3511

5. Pickett M. D., Strukov D. B., Borghetti J. L., Yang J. J., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices // J. Appl. Phys. 2009. V. 106, Iss. 7. P. 074508. DOI: 10.1063/1.3236506

6. Yakopcic C., Taha T. M., Subramanyam G., Pino R. E., Rogers S. A memristor device model // IEEE Electron Device Letters. 2011. V. 32, Iss. 10. P. 1436—1438. DOI: 10.1109/LED.2011.2163292

7. Chua L. Memristor. The missing circuit element // IEEE Transactions on Circuit Theory. 1971. V. 18, Iss. 5. P. 507—519. DOI: 10.1109/TCT.1971.1083337

8. Chang H., Song Q., Li Y., Wang Z., Chen G. Unstable limit cycles and singular attractors in a two-dimensional memristor-based dynamic system // Entropy. 2019. V. 21, N 4. P. 415 (10pp.). DOI: 10.3390/e21040415

9. Mikhayev R., Teplov G., Matyushkin I. Compact model of nonlinear dynamics while the cycling of a memristor // 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). St. Petersburg; Moscow (Russia), 2019. P. 2057—2061. DOI: 10.1109/EIConRus.2019.8657191

10. Pershin Y. V., Slipko V. A. Dynamical attractors of memristors and their networks // EPL (Europhysics Letters). 2019. V. 125, N 2. P. 20002. DOI: 10.1209/0295-5075/125/20002

11. Pershin Y. V., Slipko V. A. Bifurcation analysis of a TaO memristor model // J. Phys. D: Appl. Phys. 2019. V. 52, N 50. P. 505304. DOI: 10.1088/1361-6463/ab4537

12. Crutchfield J. P., Young K. Computation at the onset of chaos // Entropy, Complexity, and the Physics of Information. Ed. by W. Zurek. Addison-Wesley, Reading, 1990. P. 223—269. URL: <http://csc.ucdavis.edu/~cmg/papers/CompOnset.pdf>

13. Csaba G., Porod W. Coupled oscillators for computing: A review and perspective // Appl. Phys. Rev. 2020. V. 7, Iss. 1. P. 011302. DOI: 10.1063/1.5120412

14. Malagarriga D., García-Vellisca M. A., Villa A. E. P., Buldú J. M., García-Ojalvo J., Pons A. J. Synchronization-based computation through networks of coupled oscillators // Front. Comput. Neurosci. 2015. V. 9. P. 97(13pp.). DOI: 10.3389/fncom.2015.00097

15. Islamov D. R., Gritsenko V. A., Perevalov T. V., Pustovarov V. A., Orlov O. M., Chernikova A. G., Markeev A. M., Slesazek S., Schroeder U., Mikolajick T., Krasnikov G. Ya. Identification of the nature of traps involved in the field cycling of $\text{Hf}_{0.5}\text{Zr}_{0.5}\text{O}_2$ -based ferroelectric thin films // Acta Materialia. 2019. V. 166. P. 47—55. DOI: 10.1016/j.actamat.2018.12.008

16. Panda D., Sahu P. P., Tseng T. Y. A collective study on modeling and simulation of resistive random access memory // Nanoscale Res. Lett. 2018. V. 13, N 1. Art. No. 8. DOI: 10.1186/s11671-017-2419-8

17. Miritello G., Pluchino A., Rapisarda A. Central limit behavior in the Kuramoto model at the «Edge of Chaos» // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2009. V. 388, Iss. 23. P. 4818—4826. DOI: 10.1016/j.physa.2009.08.023

18. Everhardt A. S., Damerio S., Zorn J. A., Zhou S., Domingo N., Catalan G., Salje E. K. H., Chen L.-Q., Noheda B. Periodicity-doubling cascades: direct observation in ferroelastic materials // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 123, Iss. 8. P. 087603(6pp.). DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.087603

19. Orlov O., Murashev V., Lebedev A., Orlov V., Ivanov S. Features of the improving of the HfO_2 ReRAM cells characteristics reproducibility // 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). St. Petersburg; Moscow (Russia), 2019. P. 2087—2089. DOI: 10.1109/EIConRus.2019.8657230

20. Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. The missing memristor found // Nature. 2008. V. 453. P. 80—83. DOI: 10.1038/nature06932

21. Kim S., Kim H.-D., Choi S.-J. Compact two-state-variable second-order memristor model // Small. 2016. V. 12, Iss. 24. P. 3320—3326. DOI: 10.1002/smll.201600088

Выражаю благодарность сотрудникам АО НИИМЭ О. М. Орлову и А. О. Лебедеву за предоставленные экспериментальные данные по циклированию мемристорных структур на основе оксида гафния.

Статья поступила в редакцию 26 декабря 2019 г.

Izvestiya vuzov. Materialy elektronnoy tekhniki = Materials of Electronics Engineering. 2019, vol. 22, no. 4, pp. 253—261. DOI: 10.17073/1609-3577-2019-4-253-261

Nonlinear dynamic approach to the analysis of memristor parameters instability

I. V. Matyushkin^{1,§}

¹ JSC Molecular Electronics Research Institute,
12/1 1st Zapadny Proezd, Zelenograd, Moscow 124460, Russia

Abstract. A general set of ideas related to the memristors modeling is presented. The memristor is considered to be a partially ordered physical and chemical system that is within the “edge of chaos” from the point of view of nonlinear dynamics. The logical and historical relationship of memristor physics, nonlinear dynamics, and neuromorphic systems is illustrated in the form of a scheme. We distinguish the nonlinearity into external ones, when we describe the behavior of an electrical circuit containing a memristor, and internal ones, which are caused by processes in filament region. As a simulation model, the attention is drawn to the connectionist approach, known in the theory of neural networks, but applicable to describe the evolution of the filament as the dynamics of a network of traps connected electrically and quantum-mechanically. The state of each trap is discrete, and it is called an “oscillator”. The applied meaning of the theory of coupled maps lattice is indicated. The high-density current through the filament can lead to the need to take into account both discrete processes (generation of traps) and continuous processes (inclusion of some constructions of solid body theory into the model).

Information about author:

Igor V. Matyushkin^{1,§}: Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher (imatyushkin@niime.ru)

[§] Corresponding author

However, a compact model is further developed in which the state of such a network is aggregated to three phase variables: the length of the filament, its total charge, and the local temperature. Despite the apparent physical meaning, all variables have a formal character, which is usually inherent in the parameters of compact models. The model consists of one algebraic equation, two differential equations, and one integral connection equation, and is derived from the simplest Strukov's model. Therefore, it uses the "window function" approach. It is indicated that, according to the Poincaré—Bendixon theorem, this is sufficient to explain the instability of four key parameters (switching voltages and resistances ON/OFF) at a cycling of memristor. The Fourier spectra of the time series of these parameters are analyzed on a low sample of experimental data. The data are associated with the TiN/HfO_x/Pt structure ($0 < x < 2$). A preliminary conclusion that requires further verification is the predominance of low frequencies and the stochasticity of occurrence ones.

Keywords: memristor, nonlinear dynamics, connectionism, compact model, cycling

References

1. Tarkov M. S. Implementation of a neural WTA-network on the memristor crossbar. *Prikl. Diskr. Mat. Suppl.*, 2015, no. 8, pp. 151—154. (In Russ.). DOI: 10.17223/2226308X/8/59
2. Wang Z., Wu H., Burr G. W., Hwang C. S., Wang K. L., Xia Q., Yang J. J. Resistive switching materials for information processing. *Nature Rev. Mater.*, 2020, vol. 5, pp. 173—195. DOI: 10.1038/s41578-019-0159-3
3. Zhao M., Gao B., Tang J., Qian H., Wu H. Reliability of analog resistive switching memory for neuromorphic computing. *Appl. Phys. Rev.*, 2020, vol. 7, no. 1, p. 011301(16pp). DOI: 10.1063/1.5124915
4. Benderli S. Wey T. A. On SPICE macromodeling of TiO₂ memristors. *Electronics Lett.*, 2009, vol. 45, no. 7, pp. 377—379. DOI: 10.1049/EL.2009.3511
5. Pickett M. D., Strukov D. B., Borghetti J. L., Yang J. J., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices. *J. Appl. Phys.*, 2009, vol. 106, no. 7, p. 074508. DOI: 10.1063/1.3236506
6. Yakopcic C., Taha T. M., Subramanyam G., Pino R. E., Rogers S. A memristor device model. *IEEE Electron Device Letters*, 2011, vol. 32, no. 10, pp. 1436—1438. DOI: 10.1109/LED.2011.2163292
7. Chua L. Memristor. The missing circuit element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, vol. 18, no. 5, pp. 507—519. DOI: 10.1109/TCT.1971.1083337
8. Chang H., Song Q., Li Y., Wang Z., Chen G. Unstable limit cycles and singular attractors in a two-dimensional memristor-based dynamic system. *Entropy*, 2019, vol. 21, no. 4, p. 415 (10pp). DOI: 10.3390/e21040415
9. Mikhnev R., Teplov G., Matyushkin I. Compact model of nonlinear dynamics while the cycling of a memristor. In: *2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*. St. Petersburg; Moscow (Russia), 2019, pp. 2057—2061. DOI: 10.1109/EIConRus.2019.8657191
10. Pershin Y. V., Slipko V. A. Dynamical attractors of memristors and their networks. *EPL (Europhysics Letters)*, 2019, vol. 125, no. 2, p. 20002. DOI: 10.1209/0295-5075/125/20002
11. Pershin Y. V., Slipko V. A. Bifurcation analysis of a TaO memristor model. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2019, vol. 52, no. 50, p. 505304. DOI: 10.1088/1361-6463/ab4537
12. Crutchfield J. P., Young K. Computation at the onset of chaos. In: *Entropy, Complexity, and the Physics of Information*. Ed. by W. Zurek. Addison-Wesley, Reading, 1990, pp. 223—269. URL: <http://csc.ucdavis.edu/~cmg/papers/CompOnset.pdf>
13. Csaba G., Porod W. Coupled oscillators for computing: A review and perspective. *Appl. Phys. Rev.*, 2020, vol. 7, no. 1, p. 011302. DOI: 10.1063/1.5120412
14. Malagarriga D., García-Vellisca M. A., Villa A. E. P., Buldú J. M., García-Ojalvo J., Pons A. J. Synchronization-based computation through networks of coupled oscillators. *Front. Comput. Neurosci.*, 2015, vol. 9, p. 97(13pp). DOI: 10.3389/fncom.2015.00097
15. Islamov D. R., Gritsenko V. A., Perevalov T. V., Pustovarov V. A., Orlov O. M., Chernikova A. G., Markeev A. M., Slesazek S., Schroeder U., Mikolajick T., Krasnikov G. Ya. Identification of the nature of traps involved in the field cycling of Hf_{0.5}Zr_{0.5}O₂-based ferroelectric thin films. *Acta Materialia*, 2019, vol. 166, pp. 47—55. DOI: 10.1016/j.actamat.2018.12.008
16. Panda D., Sahu P. P., Tseng T. Y. A collective study on modeling and simulation of resistive random access memory. *Nanoscale Res. Lett.*, 2018, vol. 13, no. 1, art. no. 8. DOI: 10.1186/s11671-017-2419-8
17. Miritello G., Pluchino A., Rapisarda A. Central limit behavior in the Kuramoto model at the «Edge of Chaos». *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2009, vol. 388, no. 23, pp. 4818—4826. DOI: 10.1016/j.physa.2009.08.023
18. Everhardt A. S., Damerio S., Zorn J. A., Zhou S., Domingo N., Catalan G., Salje E. K. H., Chen L.-Q., Noheda B. Periodicity-doubling cascades: direct observation in ferroelastic materials. *Phys. Rev. Lett.*, 2019, vol. 123, no. 8, p. 087603(6pp). DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.087603
19. Orlov O., Murashev V., Lebedev A., Orlov V., Ivanov S. Features of the improving of the HFO₂ ReRAM cells characteristics reproducibility. In: *2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*. St. Petersburg; Moscow (Russia), 2019, pp. 2087—2089. DOI: 10.1109/EIConRus.2019.8657230
20. Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. The missing memristor found. *Nature*, 2008, vol. 453, pp. 80—83. DOI: 10.1038/nature06932
21. Kim S., Kim H.-D., Choi S.-J. Compact two-state-variable second-order memristor model. *Small*, 2016, vol. 12, no. 24, pp. 3320—3326. DOI: 10.1002/sml.201600088

Acknowledgments. Thanks to O. M. Orlov and A. O. Lebedev, employees of JSC Molecular Electronics Research Institute for the provided experimental data on the cycling of memristor structures based on hafnium oxide.

Received December 26, 2019