

# МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ. ДИЭЛЕКТРИКИ

MATERIALS SCIENCE AND TECHNOLOGY. DIELECTRICS

Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. 2019. Т. 22, № 3. С. 168—178.  
DOI: 10.17073/1609-3577-2019-3-168-178

УДК 535.321.9

## Многоугловые спектрофотометрические методы отражения для определения коэффициентов преломления

© 2019 г. Е. В. Забелина<sup>§</sup>, Н. С. Козлова, Ж. А. Гореева, В. М. Касимова

*Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,  
Ленинский просп., д. 4, Москва, 119049, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены особенности разработки и применения методик выполнения измерений коэффициентов преломления, основанных на многоугловых спектрофотометрических методах отражения. Описано влияние формы, размеров и обработки поверхности образцов на их спектральные зависимости отражения. Показана возможность определения коэффициентов преломления двумя спектрофотометрическими методами: по спектру отражения от одной грани при малом угле падения света, близком к нормальному, и методом отражения при падении света при угле Брюстера. Метод отражения при угле падения, близком к нормальному, может применяться в случае непоглощающего образца, который характеризуется коэффициентом экстинкции не превышающим ( $10^{-6}$ — $10^{-4}$ ). Этот метод является «экспресс-методом», поскольку позволяет сразу получать дисперсионную зависимость коэффициента преломления. Метод позволяет измерять дисперсионные зависимости коэффициентов преломления для образцов, форма которых исключает многократные отражения: пластин с одной шлифованной стороной; пластин большой толщины, полированных с двух сторон; призм или пластин с неплоскопараллельными гранями. При измерении по методу Брюстера не предъявляются требования к значению коэффициента экстинкции образца (поглощению), можно использовать образцы любой формы, в том числе, полированные с двух сторон пластины малой толщины. Однако получаемые значения коэффициентов преломления дискретны, требуется накопление большого массива результатов измерений. Определена точность измерений обоих методов, которая составляет  $\Delta = \pm 0,001$  при доверительной вероятности  $P = 0,95$ . Применимость спектрофотометрических методик измерения показана для образцов гадолиний–алюминий–галлиевого граната, относящегося к кристаллам кубической сингонии и характеризующегося наличием одного коэффициента преломления. Показано, что значения коэффициентов преломления, полученные данными методами, хорошо соотносятся в пределах точности измерений.

**Ключевые слова:** многоугловые спектрофотометрические методы отражения, спектральные зависимости отражения,  $s$ -поляризация,  $p$ -поляризация, коэффициент экстинкции, угол Брюстера, коэффициент преломления

### Введение

Известно, что в качестве оптических сред для различных типов лазеров могут использоваться материалы в разных агрегатных состояниях: твердые, жидкие, газообразные. Однако в подавляющем большинстве они являются твердотельными. Это или кристаллы, или стекла. Широкая группа таких материалов — скнтилляторы, применяющиеся в качестве детекторов для медицинской диагностики, в атомной физике, космических исследованиях и т. д. [1—3].

В настоящее время требования к качеству кристаллов, используемых в лазерных и скнтилляционных средах, исключительно высоки. Наряду с требованиями, предъявляемыми к рабочим характеристикам кристаллических элементов [4—10] (например, высокий световой выход и быстрота времени

**Забелина Евгения Викторовна**<sup>§</sup> — канд. физ.-мат. наук, ведущий инженер, e-mail: zabelina.ev@misis.ru; **Козлова Нина Семеновна** — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, e-mail: kozlova\_nina@mail.ru; **Гореева Жанна Анатольевна** — ведущий инженер, goreeva\_j@mail.ru; **Касимова Валентина Маратовна** — аспирант, e-mail: kasimovavalya@mail.ru

<sup>§</sup> Автор для переписки

реагирования в случае скнтилляционных применений), предъявляются жесткие требования к их оптическому совершенству. Кристаллические рабочие элементы не должны содержать твердых или газообразных частиц, границ блоков, трещин, при этом должны быть чрезвычайно однородными. Так, градиенты коэффициентов преломления лазерных сред не должны превышать  $10^{-4}$ — $10^{-6}$  см $^{-1}$  [9], а показатель ослабления, характеризующий оптическое качество кристаллов-скнтилляторов, не должен превышать 0,01 см $^{-1}$  [10], причем требования к процессам измерений повышаются постоянно.

Важнейшими оптическими характеристиками всех оптических материалов являются коэффициент (показатель) преломления и коэффициент поглощения. В этом случае необходимо определиться с терминологией.

В соответствии с ГОСТ 8.654–2016 «Государственная система обеспечения единства измерений. Фотометрия. Термины и определения» [11], к коэффициентам относятся безразмерные величины, рассчитываемые как отношение величин, а к показателям – размерные величины, обратные расстоянию, на котором величина уменьшается в  $e$  или 10 раз. Согласно работе [12], коэффициент поглощения  $A$  и показатель поглощения  $\alpha$  существенно различны. Так, коэффициент поглощения  $A$  является безразмерной величиной и определяется как отношение величины поглощенного потока света  $I_{\text{погл}}$  к величине упавшего потока света  $I_0$  на тело по формуле

$$A = I_{\text{погл}}/I_0. \quad (1)$$

В то время как показатель поглощения  $\alpha$  определяется по закону Бугера степенной функцией [12]

$$I = I_0 \exp(\alpha_\lambda l), \quad (2)$$

где  $\alpha_\lambda$  — показатель поглощения, см $^{-1}$ ;  $l$  — толщина поглощающего слоя, см.

Преломление  $n$  определяется как безразмерное соотношение скорости распространения света в первой среде  $c_1$  к скорости распространения света во второй среде  $c_2$  [13] или отношением синусов угла падения  $\varphi$  к синусу угла преломления  $\chi$  на границе раздела этих сред [13, 14]:

$$n = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \varphi}{\sin \chi}. \quad (3)$$

Следовательно, величина  $n$  является коэффициентом преломления, а не показателем преломления.

Неоднозначность в определении термина, «показатель» или «коэффициент» преломления, который задается в соответствии с формулой (3),

мы наблюдаем в ряде работ [13—32]: в одной части работ используется термин «показатель преломления», в другой — «коэффициент преломления». В работе [12] величина задается как «показатель (коэффициент) преломления». В нашей работе мы используем термин «коэффициент преломления».

Для измерения таких характеристик необходимы соответствующее измерительное оборудование, разработка методик выполнения измерений (МВИ), а также создание стандартных образцов. Это все позволит уверенно получать достоверные результаты.

При проведении измерений коэффициентов преломления и их дисперсий с повышенной точностью требования к качеству измеряемых образцов, средствам и условиям измерения должны устанавливаться в зависимости от конкретного объекта и цели измерения с учетом особенностей используемого прибора и заданной погрешности. Метод измерения коэффициента преломления следует выбирать в зависимости от предельной погрешности измерений и технико-экономической целесообразности выполнения требований к изготовлению образца для измерений, установленных для каждого метода (ГОСТ 28869–90) [33].

Методы измерения коэффициентов преломления давно известны и достаточно хорошо описаны [14, 33, 34]. Каждый из методов имеет свои преимущества и недостатки. В частности, гониометрические методы позволяют получать значения коэффициентов преломления с точностью до пятого знака после запятой. Однако требуется изготовление трехгранной призмы с размерами рабочих граней не менее  $30 \times 50$  мм $^2$ , предъявляются жесткие требования к вертикальности этих граней и качеству их полировки, а сам образец должен характеризоваться высоким оптическим качеством [33]. Подобные требования не всегда достижимы в силу ряда причин. В частности, в ходе поисковых исследований получают небольшое количество материала, изготовление из которого образцов требуемого размера и качества может оказаться невозможным. Механические характеристики материалов и их анизотропия также могут затруднить изготовление образца с требуемыми параметрами и увеличить стоимость его изготовления.

Появление современных спектрофотометров с различными приставками, в том числе угловыми, предполагает возможность применения новых физических методов для измерения коэффициентов преломления, таких как метод Брюстера и метод отражения при угле падения, близким к нормальному ( $R_0$ ) [35, 36]. Описание подобных методик, их возможности и особенности малоизвестны.

В связи с этим освоение новых возможностей современного спектрофотометрического оборудования, разработка современных МВИ и оснащение

стандартными образцами являются актуальными задачами.

Ниже приведены результаты вычисления коэффициентов преломления скнтилляционного кристалла  $Gd_3Al_2Ga_3O_{12} : Ce$  (**GAGG : Ce**), выполненные на основании экспериментальных результатов измерения спектрально-угловых зависимостей отражения при углах падения, равных углу Брюстера, и малых углах падения, близких к нормальным.

### Образцы и методы исследования

Для получения спектральных зависимостей отражения с дальнейшим пересчетом на коэффициенты преломления требуется проведение многоугловых спектрофотометрических измерений. Такие измерения могут быть проведены на спектрофотометре типа Cary-5000 фирмы Agilent Technologies, который предназначен для работы в диапазоне длин волн 175—3300 нм. Спектрофотометр Cary-5000 оснащен приставками, позволяющими измерять интенсивность отраженного света: универсальной измерительной приставкой UMA (Universal Measurement Accessory) и приставкой для измерения зеркального отражения света VASRA (Variable Angle Specular Reflectance Accessory). В приставке UMA реализована схема, состоящая из неподвижного источника света, предметного столика, который вращается на  $360^\circ$ , и независимого детектора, перемещающегося вокруг предметного столика в горизонтальной плоскости в диапазоне углов  $\theta = 6+350^\circ$ . Такая схема позволяет измерять оптические характеристики образцов при разной поляризации падающего света и разном угле падения света на поверхность в одной и той же области образца.

В работе в качестве исследуемого материала для отработки методик использовали образцы из монокристаллов **GAGG : Ce**, предоставленные АО «Фомос-Материалы». Образцы представляют собой полированную с двух сторон пластину толщиной  $d \approx 0,2$  см и полированный с двух сторон образец с клинообразной частью. Выбор материала обусловлен тем, что **GAGG : Ce** относится к кристаллам кубической сингонии с пространственной группой симметрии  $Ia3d$  [2, 6, 7]. Следовательно, у такого материала только один коэффициент преломления.

При использовании разработанного метрологического комплекса непрерывно проводится контроль достоверности и стабильности получаемых экспериментальных данных по аттестованным значениям измеряемых параметров стандартных образцов предприятия (**СОП**) [37]. Например, опыт применения **СОП** в аккредитованной испытательной лаборатории «Монокристаллы и заготовки на их основе» рассмотрен в работе [38].

### Результаты и их обсуждение

Ниже рассмотрены особенности разработки и дальнейшего применения МВИ коэффициентов преломления, основанных на многоугловых спектрофотометрических методах отражения.

Оптическое явление, при котором падение светового потока из соответствующей среды (первой) на границу раздела с другой средой (второй) приводит к взаимодействию данного излучения с веществом и появлению вторичной световой волны, направленной в первую среду, называется отражением. Согласно многочисленным литературным источникам (см., например, работы [16, 28, 29]), отражение бывает зеркальным, диффузным и смешанным. Коэффициент зеркального отражения света  $R$ , который характеризует мощность отраженной волны, может быть определен по формуле (в случае отражения от одной грани) [30, 39]

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}, \quad (4)$$

где  $\kappa$  — коэффициент экстинкции.

Если на границе двух сред свет меняет направление своего распространения, то часть световой энергии возвращается в первую среду, т. е. происходит отражение света. Если вторая среда прозрачна, то свет частично может пройти через границу сред, как правило, также меняя при этом направление распространения: происходит его преломление. Данное явление характеризуется коэффициентом преломления. Коэффициент преломления является макроскопической характеристикой среды, которая теряет смысл в случае толщины образцов, сравнимой с атомными размерами, так как среда перестает рассматриваться как непрерывная [12]. Значение коэффициента преломления зависит от природы вещества, температуры и длины световой волны, при которой проводят его определение.

Так как коэффициент преломления  $n$  является фундаментальной оптической характеристикой материала, существует потребность его точного определения и, следовательно, необходимы МВИ. Наибольший интерес представляет получение не одного значения коэффициента преломления, соответствующего конкретной длине волны, а его дисперсионной зависимости.

Тем не менее, оптический параметр  $n$ , а также коэффициент экстинкции  $\kappa$  не поддаются прямым измерениям и могут быть определены только по экспериментально измеренным величинам, согласно соответствующим методам [31]:

– из закона Снеллиуса путем измерения углов преломления, в том числе угла минимального отклонения призмы (подходит для образцов высокой прозрачности);

- путем измерения пропускательной и отражательной способностей слоя для света, падающего под углом, близким к нормальному (требуется оптимальная прозрачность образцов);
- путем измерения отражения при малом угле падения, близким к нормальному, в широком диапазоне частот (длин волн). Фазовый сдвиг отраженного света получается из соотношения Крамерса—Кронига (косвенное определение), возможны измерения в спектральных областях, где образец сильно непрозрачен;
- эллипсометрическими методами, в которых осуществляются прямые измерения отношения амплитуд и фазовых сдвигов отраженного света. Однако предъявляются высокие требования к оптическим элементам: поляризаторам и замедляющим системам;
- путем анализа измеренных отражательных способностей для падающего света различных поляризаций и для углов наклонного падения на основе формул Френеля. Подходит для образцов с большой поверхностью, так как с увеличением угла падения увеличивается площадь поверхности, на которую падает световой луч;
- методом Брюстера, который является частным случаем предыдущего метода. В этом случае соблюдается соотношение между коэффициентом преломления материала и углом падения на него естественного света, при котором отраженный от поверхности материала свет полностью поляризован. Такой угол называется углом Брюстера  $\varphi_{\text{Бр}}$  [13, 14].

Ниже мы рассмотрим многоугольные спектрофотометрические методы измерения по спектру отражения ( $R_0$ ) от одной грани при малом угле падения света, близким к нормальному, и метод отражения ( $R$ ) при особом угле — угле Брюстера.

Исследование спектральных зависимостей пропускания и отражения сильно подвержено влиянию формы, размеров и обработки поверхности образца (рис. 1).

При измерении значений коэффициента отражения на образцах в виде полированных с двух сторон пластин малой толщины необходимо учитывать влияние многократного отражения при обработке результатов (см. рис. 1, область I). Прямое измерение значений коэффициента отражения от одной грани можно осуществить на следующих образцах:

- в виде пластины с одной шлифованной стороной (см. рис. 1, область II);
- в виде полированной с двух сторон пластины большой толщины (см. рис. 1, область III), так как влияние многократного отражения чрезвычайно мало;
- в виде призмы или пластины с непараллельными гранями (см. рис. 1, область IV).

Был проведен анализ литературных источников и выявлен способ, позволяющий учесть многократное отражение. Согласно работе [32], при пренебрежении возможностью интерференции в полностью прозрачной плоскопараллельной пластине ее суммарный коэффициент отражения  $R_{\text{tot}}$  с учетом многократного отражения задается выражением

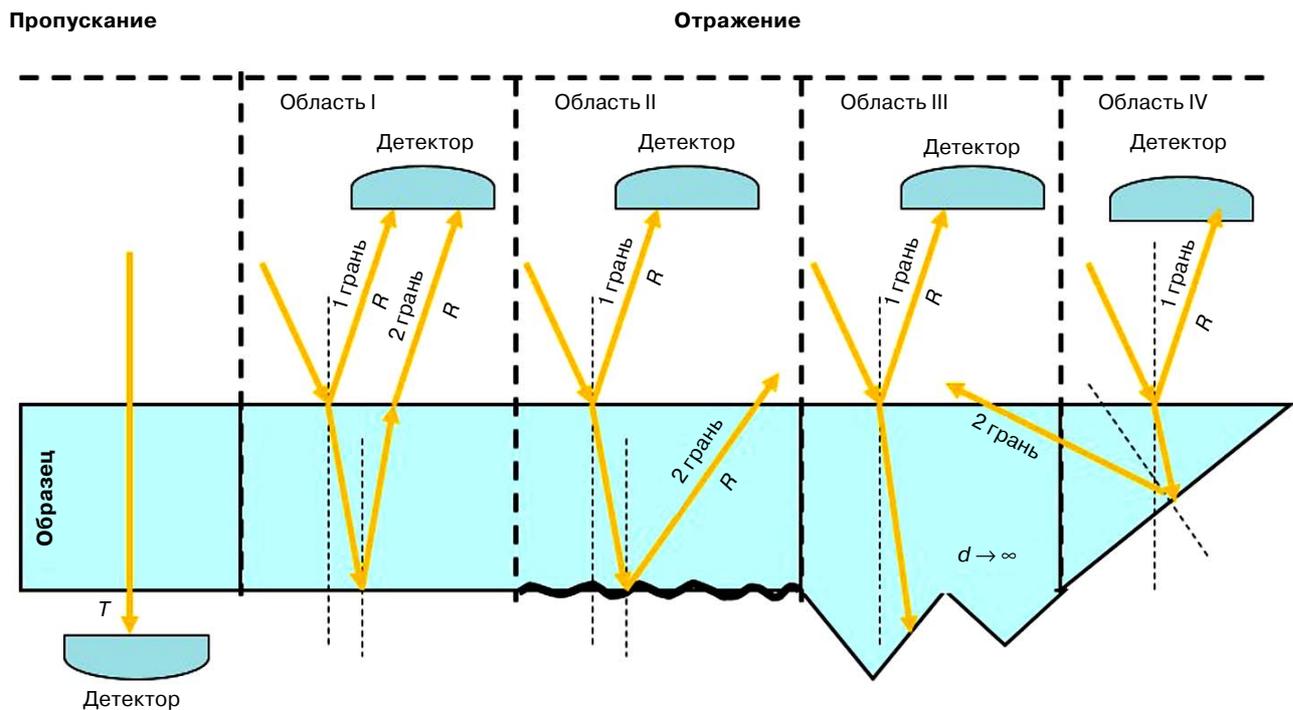


Рис. 1. Ход луча при измерении коэффициента отражения и пропускания на образцах разной формы  
Fig. 1. Beam path when measuring the reflectance and transmittance on samples of different shapes

$$R_{\text{tot}} = \frac{2R}{1+R}, \quad (5)$$

где  $R$  — значение коэффициента отражения от одной грани.

В случае определения значения коэффициента отражения от одной грани для полированной пластины в областях прозрачности необходимо воспользоваться формулой

$$R = \frac{R_{\text{tot}}}{2 - R_{\text{tot}}}. \quad (6)$$

Для визуализации областей, соответствующих определению коэффициентов преломления  $n$  по закону Брюстера и по  $R_0$ , необходимо построить спектрально-угловые зависимости коэффициентов отражения  $p$ - и  $s$ -поляризованного и неполяризованного света (рис. 2) [12, 31, 39].

**Определение коэффициента преломления методом отражения при малом угле падения света ( $R_0$ ).** Спектрофотометрический метод, согласно которому можно определить коэффициент преломления, соответствует области I на рис. 2 и осуществляется путем измерения спектральной зависимости отражения при малом угле падения света (далее — метод  $R_0$ ).

Согласно работе [39], при нормальном падении две компоненты отражения ( $p$ - и  $s$ -поляризация) практически неразличимы, и для непоглощающих сред, для которых значение коэффициента экстинкции  $k$  пренебрежимо мало по сравнению с первыми слагаемыми в выражении (4), коэффициент отражения может быть представлен в виде

$$R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}. \quad (7)$$

Следовательно, значения коэффициента преломления  $n$  могут быть вычислены по формуле

$$n = \frac{1 + \sqrt{R}}{1 - \sqrt{R}}. \quad (8)$$

Важно отметить, что определение коэффициента преломления по этому методу, применяемому для любого материала прозрачного в области ультрафиолетового и видимого излучения, ограничено видом изготовленных из него образцов [39]. Причина в том, что в формуле (8) используются значения коэффициентов отражения света от одной грани (на которую происходит падение), т. е. необходимо принять меры во избежание многократного отражения. В работе [39] предлагается использовать клиновидный (с неплоскопараллельными гранями) или шлифованный с одной стороны образец.

При проведении эксперимента для определения коэффициента преломления кристаллов GGAG : Ce по методу  $R_0$  были измерены интенсивности отражения при малом угле падения  $\theta = 6^\circ$  неполя-

ризованного света, а затем проведены расчеты по формуле (4). Значение коэффициента экстинкции можно определить из экспериментальных данных по спектрам поглощения неполяризованного света из уравнения

$$k = \frac{\alpha\lambda}{4\pi}, \quad (9)$$

где  $\alpha$  — показатель поглощения материала.

В работе [40] было показано, что в диапазоне длин волн 220—720 нм для GGAG : Ce  $k = 10^{-6}$ – $10^{-4}$ . Следовательно, эта величина пренебрежимо мала по сравнению с первыми слагаемыми в уравнении (4), и коэффициент преломления можно определить по формуле (8).

На рис. 3 представлена экспериментальная дисперсионная зависимость коэффициента преломления GGAG : Ce. Измерения  $R_0$  проводили на клиновидном участке образца, что позволяет исключить многократное отражение.

Основное преимущество этого метода — получение непрерывной экспериментальной дисперсионной зависимости коэффициента преломления. Данный метод является так называемым «экспресс-методом», т. е. измерение спектральной зависимости отражения осуществляется в кратчайшие сроки. Таким образом, если необходимо определить дисперсионную зависимость коэффициента преломления какого-либо материала без больших временных затрат, то этот метод подходит идеально. Быстрота метода и экспериментальное получение непрерывной дисперсии  $n$  позволяют определить неизвестный материал по найденному значению коэффициента преломления, не прибегая к сложным и трудоемким исследованиям.

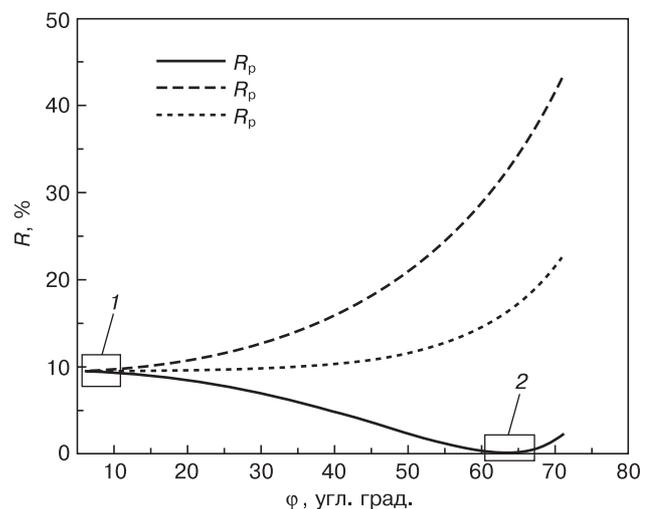


Рис. 2. Угловые зависимости отражения  $p$ - и  $s$ -поляризованного и неполяризованного света: 1 — метод отражения от одной грани при нормальном падении света; 2 — метод Брюстера

Fig. 2. Angular dependences of  $p$ - and  $s$ -polarized and non-polarized light reflection: (1) method of reflection from a single face in normal light incidence; (2) Brewster method

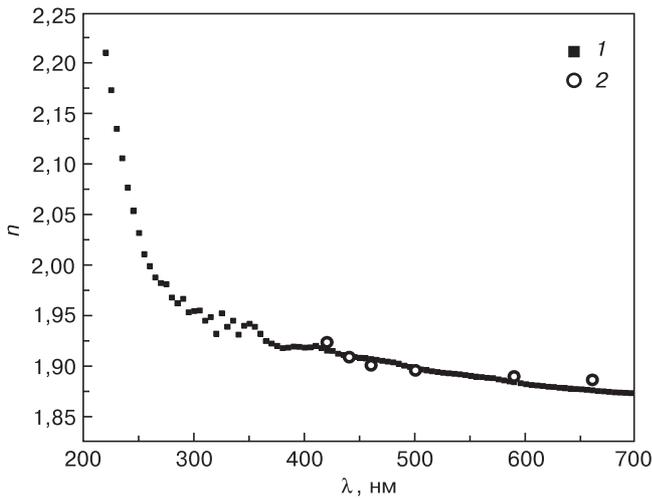


Рис. 3. Экспериментальная дисперсия коэффициента преломления GGAG : Ce, полученная методами  $R_0$  (1) и по углу Брюстера (2)

Fig. 3. GGAG : Ce refractive index experimental dispersion, obtained by  $R_0$  (1) and the Brewster angle (2)

Несмотря на ряд достоинств существуют некоторые сложности при использовании метода  $R_0$ , которые заключаются в следующем. При оценке коэффициента преломления необходимо проводить измерения на образце определенной формы, исключая влияние многократного отражения. Следовательно, такой метод позволяет измерять дисперсионные зависимости  $n$  для образцов в виде пластин с одной шлифованной стороной, полированных с двух сторон пластин большой толщины, а также призмы или пластин с непараллельными гранями.

Согласно работе [39], абсолютная погрешность определения коэффициента преломления в 10 раз превышает абсолютную погрешность измерения отражения. Следовательно, этот метод может считаться пригодным для определения значений коэффициента преломления до двух значащих цифр. Однако оценка точности определения коэффициен-

та преломления методом  $R_0$ , проведенная нами на стандартном образце из плавленого кварца в соответствии с аттестованными методиками на поверенном оборудовании в аккредитованной испытательной лаборатории «Монокристаллы и заготовки на их основе», составила  $\Delta = \pm 0,001$  при доверительной вероятности  $P = 0,95$  [35].

**Определение коэффициента преломления методом Брюстера.** Метод Брюстера основан на особенностях поляризации света при его взаимодействии с материалом: отражении и преломлении [41]. При падении неполяризованного света на границу раздела двух сред отраженная и преломленная волны оказываются частично поляризованными. Это явление проиллюстрировано на рис. 4.

В естественном (неполяризованном) свете присутствуют колебания вектора во всех направлениях в плоскости, перпендикулярной лучу. Каждое из них можно разложить на два колебания: одно в плоскости падения ( $p$ -поляризация, обозначено на рис. 4 двойными стрелками), другое, перпендикулярное к этой плоскости ( $s$ -поляризация, обозначено обозначено на рис. 4 точками) [41].

В отраженном луче, как следует из рис. 4, преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения, а в преломленном — наоборот. Установлено, что степень поляризации зависит от угла падения  $\varphi$ . Существует такой угол падения, при котором отраженная волна полностью поляризована, а преломленная волна частично поляризована (см. рис. 4, б). Этот угол называется углом Брюстера  $\varphi_{\text{Бр}}$ . Его можно вычислить по формуле [32, 41]

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (10)$$

где  $n_1, n_2$  — коэффициенты преломления двух рассматриваемых сред.

Если  $n_2 > n_1$ , то  $\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} > 1$  и угол Брюстера больше  $45^\circ$ . При падении света на границу раздела из

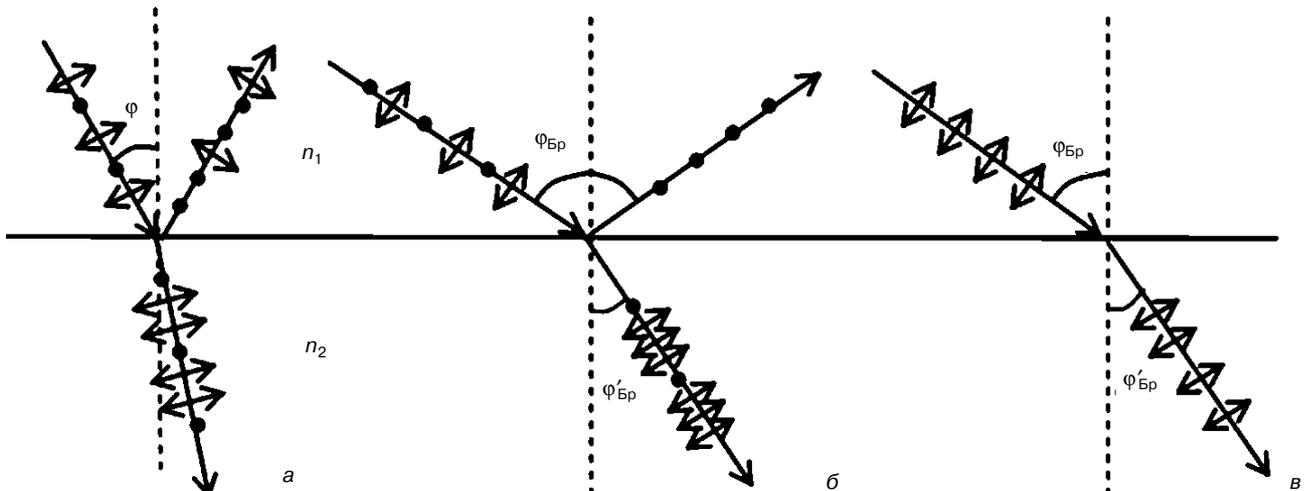


Рис. 4. Падение луча на поверхность раздела сред [41]

Fig. 4. Beam incidence on the media interface [41]

оптически более плотной среды (когда  $n_2 > n_1$ ) угол Брюстера будет меньше  $45^\circ$ . Чем больше значение угла Брюстера, тем больше угол падения света, что накладывает ограничение на исследуемые образцы. Согласно работе [31], с увеличением угла падения увеличивается площадь поверхности, на которую падает световой луч, следовательно, для экспериментов требуются образцы с большой поверхностью.

В случае, если луч падает из воздушной среды ( $n_1 = 1$ ), коэффициент преломления ( $n_2 = n$ ) можно определить в соответствии с выражением

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} = n. \quad (11)$$

Если падающий световой луч изначально поляризован в плоскости падения ( $p$ -поляризация), то при угле падения, равном углу Брюстера, интенсивность отраженного луча будет равна нулю (см. рис. 4, в). Таким образом, меняя угол падения плоско-поляризованного луча на поверхность исследуемого материала, можно наблюдать исчезновение отраженного луча при угле падения, совпадающем с углом Брюстера. В случае определения коэффициента преломления методом Брюстера, первым шагом, с которого следует начинать, является измерение спектрально-угловых зависимостей отражения  $p$ -поляризованного света под разными углами падения света в необходимом диапазоне длин волн с определенным шагом по углам.

Поскольку значение коэффициента преломления материалов не может быть меньше 1, начинать угловые измерения отражения с целью определения коэффициентов преломления следует с угла в  $45^\circ$ , поскольку  $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ .

При исследовании образцов GGAG : Ce изменения проводились на клинообразном участке в интервале длин волн 400—720 нм, где углы изменялись от  $50^\circ$  до  $70^\circ$  с шагом  $5^\circ$ , что соответствует минимуму отражения в области II на рис. 2.

Было установлено, что интенсивности спектральных зависимостей отражения уменьшаются с увеличением угла падения света до  $60^\circ$ , а с дальнейшим повышением угла падения света интенсивность увеличивается. Следовательно, при угле, равном  $60^\circ$  наблюдается минимальное значение коэффициента отражения  $p$ -поляризованного света  $R_p \approx 0\%$ . Дальнейший поиск точных значений  $\varphi_{\text{Бр}}$  необходимо осуществлять в этом угловом интервале с использованием метода итераций, путем изменения шага угла падающего светового потока от 1 до  $0,05^\circ$ , и со статистическим накоплением данных.

Коэффициент преломления был получен в соответствии с формулой (11) с использованием найденных углов  $\varphi_{\text{Бр}}$  для нескольких длин волн: 420, 440, 460, 500, 589 и 650 нм. Так как полученные результаты являются дискретными значениями,

то дисперсионную зависимость можно определить только с помощью специальных аппроксимационных уравнений: Коши, Селмейера или др. [42]. Исследования показали, что оптимальным вариантом для получения дисперсионной зависимости коэффициентов преломления для этого кристалла является использование аппроксимационного уравнения Коши (12):

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}, \quad (12)$$

где  $A, B, C$  — материальные константы уравнения.

На рис. 3 представлены дисперсионные зависимости коэффициента преломления, полученные двумя спектрофотометрическими методами: методом  $R_0$  для неполяризованного света и методом Брюстера для  $p$ -поляризованного света.

Согласно полученным данным, результаты хорошо согласуются между собой. В таблице представлены значения коэффициентов преломления, полученные методами Брюстера и отражения при малом угле падения света.

**Значения коэффициентов преломления кристалла GGAG : Ce, полученные двумя спектрофотометрическими методами**  
[GGAG : Ce single crystal refractive index dispersion obtained by two spectrophotometric methods]

$\lambda$ , нм	$n$	
	$\varphi_{\text{Бр}}$	$R_0$
220	—	2,209
250	—	2,031
300	—	1,954
350	—	1,942
400	—	1,918
420	1,923	1,915
440	1,909	1,910
460	1,901	1,907
500	1,896	1,897
550	—	1,890
589	1,889	1,884
600	—	1,882
650	1,886	1,877
700	—	1,873

Метод Брюстера для определения коэффициента преломления является трудоемким и затратным по времени, хотя его точность довольно высока. Оценка точности определения коэффициента преломления методом Брюстера была проведена на стандартном образце из монокристаллического ниобата лития в соответствии с аттестованными методиками на поверенном оборудовании в аккредитованной испытательной лаборатории «Монокристал-

лы и заготовки на их основе» и составила  $\Delta = \pm 0,001$  при доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

В результате применения метода  $R_0$  получаем непрерывную экспериментальную дисперсионную зависимость коэффициента преломления. Это отличается от метода Брюстера, применяя который можно определить дискретные значения коэффициентов преломления, в то время как дисперсионная зависимость получается исключительно путем аппроксимации экспериментальных данных. При этом, несмотря на трудоемкость метода Брюстера, в случае его реализации можно использовать любой образец, в том числе и полированную с двух сторон пластинку.

### Заключение

Рассмотрены вопросы терминологии в области преломления света. Показано, что термин «коэффициент преломления» более точно соответствует описанию физического явления, чем термина «показатель преломления».

Рассмотрены вопросы особенностей разработки и применения методик определения коэффициентов преломления, основанных на многоугловых спектрофотометрических методах отражения: измерений по спектру отражения от одной грани при малом угле падения света, близком к нормальному, (метод  $R_0$ ) и метода отражения при падении света при угле Брюстера (метод  $\Phi_{Br}$ ).

Описано влияние формы, размеров и обработки поверхности образцов на их спектральные зависимости отражения.

Показано, что основным преимуществом метода  $R_0$  является возможность получения непрерывной экспериментальной дисперсионной зависимости коэффициента преломления. Этот метод может являться так называемым экспресс-методом, поскольку измерения спектральной зависимости отражения могут быть проведены в кратчайшие сроки, без необходимости аппроксимации. Для проведения измерений требуется относительно небольшой размер рабочей полированной грани образца, однако, форма образца должна исключать многократные отражения. Метод позволяет измерять дисперсионные зависимости  $n$  для образцов в виде пластин со шлифованной стороной, полированных с двух сторон пластин большой толщины, а также призм или пластин с непараллельными гранями. Материал образца должен быть прозрачным в диапазоне измерений, коэффициент экстинкции материала должен быть пренебрежимо мал ( $10^{-6}$ — $10^{-4}$ ).

Метод измерения коэффициентов преломления по углу Брюстера является более трудоемким и затратным по времени и позволяет определять дискретные значения коэффициентов преломления. Однако в случае его реализации можно использо-

вать образец любой формы, в том числе, и полированную с двух сторон пластинку; требования к значению коэффициента экстинкции материала не предъявляются.

Согласно проведенным метрологическим испытаниям на эталонных образцах было установлено, что точности методик оценки коэффициента преломления по Брюстеру и по отражению при малом угле падения света сопоставимы друг с другом и гарантированно дают 3 знак после запятой.

Полученные авторами экспериментальные данные по коэффициентам преломления GGAG : Ce, показали, что результаты измерений, выполненных двумя спектрофотометрическими методами, хорошо соотносятся друг с другом.

### Библиографический список

1. Шендрик Р. Ю. Методы экспериментальной физики конденсированного состояния. Введение в физику сцинтилляторов: учебное пособие. Иркутск: Изд-во Иркутского Государственного Университета, 2013. 110 с.
2. Ogieglo J. M. Luminescence and energy transfer in garnet scintillators: PhD Thesis. Utrecht, 2012. 118 p.
3. Lecoq P. Development of new scintillators for medical applications // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2016. V. 809. P. 130—139. DOI: 10.1016/j.nima.2015.08.041
4. Tamulaitis G. Fast optical phenomena in self-activated and Ce-doped materials prospective for fast timing in radiation detectors // Engineering of scintillation materials and radiation technologies, Springer Proceedings in Physics. 2017. V. 200. P. 35—54. DOI: 10.1007/978-3-319-68465-9\_2
5. Dorenbos P. Directions in scintillation materials research // Radiation Detectors for Medical Applications. 2006. P. 191—207. DOI: 10.1007/1-4020-5093-3\_8
6. Ханин В. М. Сцинтилляционные процессы в активированных церием керамиках со структурой граната: дисс. канд. физ.-мат. наук. СПб., 2017. 173 с.
7. Alenkov V., Buzanov O., Dosovitskiy G., Egorychev V., Fedorov A., Golutvin A., Guz U., Jacobsson R., Korjik M., Kozlov D., Mechinsky V., Schopper A., Semennikov A., Shatalov P., Shmanin E. Irradiation studies of a multi-doped  $Gd_3Al_2Ga_3O_{12}$  scintillator // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2019. V. 916. P. 226—229. DOI: 10.1016/j.nima.2018.11.101
8. Seitz B., Stewart A. G., O'Neill K., Wall L., Jackson C. Performance evaluation of novel SiPM for medical imaging applications // IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC). 2013. P. 1—4. DOI: 10.1109/NSSMIC.2013.6829685
9. Basiev T. T., Osiko V. V. New materials for SRS lasers // Russian Chemical Reviews. 2006. V. 75, N 10. P. 847—862. DOI: 10.1070/RC2006v075n10ABEH003626
10. Khanbekov N. D. AMoRE: Collaboration for searches for the neutrinoless double-beta decay of the isotope of  $^{100}\text{Mo}$  with the aid of  $^{40}\text{Ca}^{100}\text{MoO}_4$  as a cryogenic scintillation detector // Physics of Atomic Nuclei. 2013. V. 76, N 9. P. 1086—1089. DOI: 10.1134/S1063778813090093
11. ГОСТ 8.654—2016 Государственная система обеспечения единства измерений. Фотометрия. Термины и определения. Москва: Стандартинформ, 2016. 12 с.
12. Физический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1984. 944 с.
13. Сивухин Д. В. Общий курс физики: учебное пособие для вузов (в 5 т.). Т. 4. Оптика. М.: Физматлит, 2005. 792 с.
14. Борисенко С. И., Ревинская О. Г., Кравченко Н. С., Чернов А. В. Показатель преломления света и методы его экспериментального определения. Томск: Томский политехнический университет, 2014. 146 с.
15. Шубников А. В. Основы оптической кристаллографии. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1959. 205 с.

16. Федоров Ф. И. Оптика анизотропных сред. Минск: Изд-во Академии Наук БССР, 1958. 381 с.
17. Кларк Э. Р., Эберхардт К. Н. Микроскопические методы исследования материалов. М.: Техносфера, 2007. 375 с.
18. Шмидт В. Оптическая спектроскопия для физиков и биологов. М.: Техносфера, 2007. 368 с.
19. Лодочников В. Н. Основы кристаллооптики. М.; Л.: Госгеоиздат, 1947. 268 с.
20. Фабелинский И. Л. Молекулярное рассеяние света. М.: Наука, 1965. 511 с.
21. Веселаго В. Г. Электродинамика материалов с отрицательным коэффициентом преломления // Успехи физических наук, 2003. Т. 173, № 7. С. 790—794. DOI: 10.3367/UFNr.0173.200307m.0790
22. Тептин Г. М., Хуторова О. Г., Зинин Д. П., Хуторов В. Е. Исследование мезомасштабных неоднородностей коэффициента преломления радиоволн в тропосфере методами численного моделирования // Известия вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 1. С. 1—13. [https://radiophysics.unn.ru/sites/default/files/papers/2010\\_1\\_1.pdf](https://radiophysics.unn.ru/sites/default/files/papers/2010_1_1.pdf)
23. Букин О. А., Быкова Е. А., Голик С. С., Землянов А. А., Гейнц Ю. Э., Ильин А. А., Кабанов А. М., Матвиенко Г. Г., Ошляков В. К., Соколова Е. Б. Филаментация острогофокусированного ультракороткого лазерного излучения на 800 и 400 нм. Измерения нелинейного коэффициента преломления воздуха // Оптика атмосферы и океана. 2011. Т. 24, № 5. С. 351—358.
24. Лагарьков А. Н., Кисель В. Н. Качество фокусировки электромагнитного излучения плоскопараллельной пластиной из вещества с отрицательным коэффициентом преломления // Доклады Академии наук, 2004. Т. 394, № 1. С. 40—45.
25. Вендик И. Б., Вендик О. Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // Журнал технической физики, 2013. Т. 83, № 1. С. 3—28. <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>
26. Паршуков В. А., Кутуза Б. Г. Астрономическая рефракция в условиях слоистых неоднородностей коэффициента преломления воздуха // Радиотехника и электроника, 2012. Т. 57, № 2. С. 33.
27. Днепровский В. С., Жуков Е. А., Кабанин Д. А., Ляковский В. Л., Ракова А. В., Wumaier T. Нелинейное поглощение и преломление света в коллоидном растворе квантовых точек CdSe/ZnS при резонансном двухфотонном возбуждении // Физика твердого тела, 2007. Т. 49, № 2. С. 352—356. <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/2939>
28. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
29. Кизель В. А. Отражение света. М.: Наука, 1973. 352 с.
30. Вавилов В. С. Действие излучений на полупроводники. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 264 с.
31. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 664 с.
32. Ефимов А. М. Оптические свойства материалов и механизмы их формирования. СПб.: СПбГУИТМО, 2008. 103 с.
33. ГОСТ 28869-90 Материалы оптические. Методы измерений показателя преломления. М.: Изд-во стандартов, 2018. 17 с.
34. Иверонова В. И., Белянкин А. Г., Мотулевич Г. П., Четверикова Е. С., Яковлев И. А. Физический практикум: электричество и оптика. М.: Наука, 1968. 818 с.
35. Kozlova N. S., Kozlova A. P., Goreeva Zh. A. Spectrophotometric methods and their capabilities to study material optical parameters // IEEE 2nd International Ural Conference on Measurements (UralCon). Chelyabinsk (Russia), 2017. P. 281—288. DOI: 10.1109/URALCON.2017
36. Kozlova N. S., Kozlova A. P., Zabelina E. V., Goreeva Zh. A., Didenko I. S., Burt T. Spectrophotometric Methods of Refractive Indices Measurement. Measuring the refractive index of single crystal optical materials using two methods // Agilent Application Note, 2019. URL: <https://www.agilent.com/cs/library/applications/application-refractive-index-cary-5000-uv-vis-5994-0052en-us-agilent.pdf>
37. Kozlova N. S., Goreeva Zh. A., Zabelina Ev. V. Testing quality assurance of single crystals and stock on their base // IEEE 2nd Internat. Ural Conf. on Measurements (UralCon). Chelyabinsk (Russia), 2017. P. 15—22. DOI: 10.1109/URALCON.2017.8120681
38. Гореева Ж. А., Быкова М. Б., Козлова А. П., Сидорин В. В., Диденко И. С., Забелина Е. В. Роль стандартных образцов в обеспечении единства измерений оптических свойств монокристаллов и заготовок на их основе // II-я Международная научная конференция «Стандартные образцы в измерениях и технологиях». Екатеринбург, 2015. С. 214—218.
39. Palik E. D. Handbook of optical constants of solids. New York: Academic press, 1998. 3224 p.
40. Kozlova N. S., Buzanov O. A., Kasimova V. M., Kozlova A. P., Zabelina E. V. Optical characteristics of single crystal  $Gd_3Al_2Ga_3O_{12} : Ce$  // Modern Electronic Materials. 2018. V. 4, N 1. P. 7—12. DOI: 10.3897/j.moem.4.1.33240
41. Козис Е. В., Задерновский А. А. Экспериментальное определение показателя преломления прозрачного материала различными методами: лабораторная работа. М.: МИРЭА, 2002. 12 с.
42. Stephenson D. Modeling variation in the refractive index of optical glasses. Thesis. New York: Rochester Institute of Technology, 1990. 163 p.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (фундаментальные исследования, проект № 0718-2020-0031). Исследования проведены в МУИЛ Полупроводниковых материалов и диэлектриков «Монокристаллы и заготовки на их основе» (ИЛМЗ) НИТУ «МИСиС». Авторы выражают благодарность АО «Фомос-Материалы» и О.А. Бузанову за предоставленные образцы.*

*Статья поступила в редакцию 5 января 2020 г.*

## Multi-angle spectrophotometric reflection methods for refractive index determination

E. V. Zabelina<sup>1,§</sup>, N. S. Kozlova<sup>1</sup>, Z. A. Goreeva<sup>1</sup>, V. M. Kasimova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> National University of Science and Technology MISiS,  
4 Leninsky Prospekt, Moscow 119049, Russia

**Abstract.** Features of development and application of methods for performing refractive index measurements based on multi-angle spectrophotometric reflection methods are considered. The influence of the shape, size, and surface treatment of samples on their spectral reflection dependences is described. It is shown that it is possible to determine the refractive coefficients using two spectrophotometric methods: the reflection spectrum from one face at a small angle of incidence of light close to normal, and the reflection method at the incidence of light at the Brewster angle. The method of reflection at an angle of incidence close to normal can be used in the case of a non-absorbing sample characterized by an extinction coefficient not exceeding ( $10^{-6}$ – $10^{-4}$ ). This method is an «express method», because it allows you to immediately obtain the dispersion dependence of the refractive index. The method allows us to measure the dispersion dependences of refractive coefficients for samples whose shape excludes multiple reflections — plates with one polished side; plates of large thickness, polished on two sides; prisms or plates with non-parallel faces. When measuring using the Brewster method, there are no requirements for the value of the extinction coefficient of the sample (absorption), you can use a sample of any shape, including polished plates on both sides. However, the resulting values of refractive indices are discrete, and a large array of measurement results must be accumulated. The measurement accuracy of both methods was determined, which is  $\Delta = \pm 0,001$  with a confidence probability  $P = 0,95$ . The applicability of spectrophotometric measurement methods is shown for samples of gadolinium–aluminum–gallium garnet, which is related to cubic crystals, characterized by the presence of a single refractive index. It is shown that the values of the refractive indices obtained by these two methods are well correlated within the accuracy of measurements.

**Keywords:** multi-angle spectrophotometric reflection methods, spectral dependences of reflection, s-polarization, p-polarization, extinction coefficient, Brewster angle, refractive index

### References

- Shendrick R. Yu. *Metody eksperimental'noy fiziki kondensirovannogo sostoyaniya. Vvedeniye v fiziku stsintillyatorov: uchebnoye posobiye* [Methods of experimental condensed matter physics. Introduction to the physics of scintillators: a tutorial]. Irkutsk: izdatel'stvo Irkutskogo Gosudarstvennogo Universiteta, 2013, 110 p. (In Russ.)
- Ogieglo J. M. *Luminescence and energy transfer in garnet scintillators*: PhD Thesis. Utrecht, 2012, 118 p.
- Lecoq P. Development of new scintillators for medical applications. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2016, vol. 809, pp. 130–139. DOI: 10.1016/j.nima.2015.08.041
- Tamulaitis G. Fast optical phenomena in self-activated and Ce-doped materials prospective for fast timing in radiation detectors *Engineering of scintillation materials and radiation technologies, Springer Proceedings in Physics*, 2017, vol. 200, pp. 35–54. DOI: 10.1007/978-3-319-68465-9\_2
- Dorenbos P. Directions in scintillation materials research. *Radiation Detectors for Medical Applications*, 2006, pp. 191–207. DOI: 10.1007/1-4020-5093-3\_8
- Hanin V.M. *Stsintillyatsionnyye protsessy v aktivirovannykh tseriyem keramikakh so strukturoy granata* [Scintillation processes in cerium-activated ceramics with garnet structure]: dis. PhD in physico-mathematical sciences. St. Petersburg, 2017, 173 p. (In Russ.)
- Alenkov V., Buzanov O., Dosovitskiy G., Egorychev V., Fedorov A., Golutvin A., Guz U., Jacobsson R., Korjik M., Kozlov D., Mechinsky V., Schopper A., Semennikov A., Shatalov P., Shmanin E. Irradiation studies of a multi-doped  $Gd_3Al_2Ga_3O_{12}$  scintillator. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2019, vol. 916, pp. 226–229. DOI: 10.1016/j.nima.2018.11.101
- Seitz B., Stewart A. G., O'Neill K., Wall L., Jackson C. Performance evaluation of novel SiPM for medical imaging applications. *IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC)*, 2013, pp. 1–4. DOI: 10.1109/NSSMIC.2013.6829685
- Basiev T. T., Osiko V. V. New materials for SRS lasers. *Russian Chemical Reviews*, 2006, vol. 75, no. 10, pp. 847–862. DOI: 10.1070/RC2006v075n10ABEH003626
- Khanbekov N. D. AMoRE: Collaboration for searches for the neutrinoless double-beta decay of the isotope of  $^{100}\text{Mo}$  with the aid of  $^{40}\text{Ca}^{100}\text{MoO}_4$  as a cryogenic scintillation detector. *Physics of Atomic Nuclei*, 2013, vol. 76, no. 9, pp. 1086–1089. DOI: 10.1134/S1063778813090093
- GOST 8.654–2016 *Gosudarstvennaya sistema obespecheniya yedinstva izmereniy. Fotometriya. Terminy i opredeleniya* [State system for ensuring the uniformity of measurements. Photometry. Terms and definitions]. Moscow: Standartinform, 2016, 12 p. (In Russ.)
- Sivukhin D. V. *Obshchiy kurs fiziki. Uchebnoye posobiye: dlya vuzov (v 5 t.). Tom 4. Optika* [General physics course. Textbook: for universities (5 volumes). Vol. 4. Optics]. Moscow: Fismalit, 2005. 792 p. (In Russ.)
- Fizicheskiy entsiklopedicheskiy slovar'* [Physical Encyclopedic Dictionary]. Ed. A.M. Prokhorov. Moscow: Sovetskaya entsiklopediya, 1984, 944 p. (In Russ.)
- Borisenko S. I., Revinskaya O. G., Kravchenko N. S., Chernov A. V. *Pokazatel' prelomleniya sveta i metody yego eksperimental'nogo opredeleniya* [The refractive index of light and methods of its experimental determination]. Tomsk: Tomskiy politekhnicheskiy universitet, 2014, 146 p. (In Russ.)
- Shubnikov A. V. *Osnovy opticheskoy kristallografii* [Fundamentals of optical crystallography]. Moscow: Izdatel'stvo Akademii nauk SSSR, 1959, 205 p. (In Russ.)
- Fedorov F. I. *Optika anizotropnykh sred* [Optics of anisotropic media]. Minsk: Izdatel'stvo Akademii Nauk BSSR, 1958, 381 p. (In Russ.)
- Clark E. R., Eberhardt K. N. *Mikroskopicheskiye metody issledovaniya materialov* [Microscopic methods for the study of materials]. Moscow: Tekhnosfera, 2017, 375 p. (In Russ.)

### Information about authors:

**Evgeniya V. Zabelina**<sup>1,§</sup>: Cand. Sci. (Phys.–Math.), Leading Engineer (zabelina.ev@misis.ru); **Nina S. Kozlova**<sup>1</sup>: Cand. Sci. (Phys.–Math.), Head of Laboratory (kozlova\_nina@mail.ru); **Zhanna A. Goreeva**<sup>1</sup>: Leading Engineer (goreeva\_j@mail.ru); **Valentina M. Kasimova**<sup>1</sup>: PhD student (kasimovavalaya@mail.ru)

§ Corresponding author

18. Schmidt V. *Opticheskaya spektroskopiya dlya fizikov i biologov* [Optical spectroscopy for physicists and biologists]. Moscow: Tekhnosfera, 2017, 368 p. (In Russ.)
19. Lodochnikov V. N. *Osnovy kristallogoptiki* [Fundamentals of crystal optics]. Moscow; Leningrad: Gosgeolizdat, 1947, 268 p. (In Russ.)
20. Fabelinsky I. L. *Molekulyarnoye rasseyaniye sveta* [Molecular scattering of light]. Moscow: Nauka, 1965, 511 p. (In Russ.)
21. Veselago V. G. Electrodynamics of materials with negative index of refraction. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2003, vol. 173, no. 7, pp. 790—794. (In Russ.). DOI: 10.3367/UFNr.0173.200307m.0790
22. Teptin G. M., Khutorova O. G., Zinin D. P., Khutorov V. E. Study of mesoscale irregularities of the refraction coefficient of radiowaves in the troposphere by the methods of numerical simulation. *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, 2010, vol. 53, no. 1, pp. 1—13. (In Russ.) [https://radiophysics.unn.ru/sites/default/files/papers/2010\\_1\\_1.pdf](https://radiophysics.unn.ru/sites/default/files/papers/2010_1_1.pdf)
23. Bukin O. A., Bykova E. A., Golik S. S., Zemlyanov A. A., Heinz Yu. E., Ilyin A. A., Kabanov A. M., Matvienko G. G., Oshlakov V. K., Sokolova E. B. Filamentation of tightly focused ultrashort laser pulse of 800 and 400 nm wavelength. Measurements of nonlinear index of air refraction. *Optika atmosfery i okeana*, 2011, vol. 24, no. 5, pp. 351—358. (In Russ.)
24. Lagar'kov A. N., Kisel V. N. Quality of electromagnetic radiation focusing achieved by means of a flat-parallel slab made of the negative refraction index matter. *Doklady Akademii nauk*, 2004, vol. 394, no. 1, pp. 40—45. (In Russ.)
25. Vendik I. B., Vendik O. G. Metamaterials and their application in the microwave technology (Overview). *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2013, vol. 83, no. 1, pp. 3—28. (In Russ.). <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>
26. Parshukov V. A., Kutuza B. G. Astronomic refraction in the presence of layer irregularities of the air refractive index. *Radiotekhnika i elektronika*, 2012, vol. 57, no. 2, p. 33. (In Russ.)
27. Dneprovsky V. S., Zhukov E. A., Kabanin D. A., Lyaskovskiy V. L., Rakova A. V., Wumaier T. Nonlinear absorption and refraction of light in a colloidal solution of CdSe/ZnS quantum dots under resonant two-photon excitation. *Fizika tverdogo tela*, 2007, vol. 49, no. 2, pp. 352—356. (In Russ.). <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/2939>
28. Born M., Wolf E. *Osnovy optiki* [Fundamentals of Optics]. Moscow: Nauka, 1973, 720 p. (In Russ.)
29. Kisel V. A. *Otrazheniye sveta* [Reflection of the light]. Moscow: Nauka, 1973, 352 p. (In Russ.)
30. Vavilov V. S. *Deystviye izlucheniya na poluprovodnik* [The effect of radiation on semiconductors]. Moscow: Gosudarstvennoye izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1963, 264 p. (In Russ.)
31. Boren K., Huffman D. *Pogloshcheniye i rasseyaniye sveta malymi chastitsami* [Absorption and scattering of light by small particles]. Moscow: Mir, 1986, 664 p. (In Russ.)
32. Efimov A. M. *Opticheskiye svoystva materialov i mekhanizmy ikh formirovaniya* [Optical properties of materials and mechanisms of their formation]. St. Petersburg: SPbSUITMO, 2008, 103 p. (In Russ.)
33. GOST 28869-90 *Materialy opticheskiye. Metody izmereniy pokazatelya prelomleniya* [Optical materials. Methods of measuring the refractive index]. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 2018, 17 p. (In Russ.)
34. Iveronova V. I., Belyankin A. G., Motulevich G. P., Chetverikova E. S., Yakovlev I. A. *Fizicheskiy praktikum: elektrichestvo i optika* [Physical workshop: electricity and optics]. Moscow: Nauka, 1968, 818 p. (In Russ.)
35. Kozlova N. S., Kozlova A. P., Goreeva Zh. A. Spectrophotometric methods and their capabilities to study material optical parameters. *IEEE 2nd International Ural Conference on Measurements (UralCon)*, 2017, pp. 281—288. DOI: 10.1109/URALCON.2017.8120724
36. Kozlova N. S., Kozlova A. P., Zabelina E. V., Goreeva Zh. A., Didenko I. S., Burt T. Spectrophotometric Methods of Refractive Indices Measurement. Measuring the refractive index of single crystal optical materials using two methods. *Agilent Application Note*, 2019. <https://www.agilent.com/cs/library/applications/application-refractive-index-cary-5000-uv-vis-5994-0052en-us-agilent.pdf>
37. Kozlova N. S., Goreeva Zh. A., Zabelina Ev. V. Testing quality assurance of single crystals and stock on their base. *IEEE 2nd Internat. Ural Conf. on Measurements (UralCon)*. Chelyabinsk (Russia), 2017, pp. 15—22. DOI: 10.1109/URALCON.2017.8120681
38. Goreeva Zh. A., Bykova M. B., Kozlova A. P., Sidorin V. V., Didenko I. S., Zabelina E. V. The role of standard samples in ensuring the uniformity of measurements of the optical properties of single crystals and preforms based on them. *II Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya "Standartnyye obraztsy v izmereniyakh i tekhnologiyakh" = II International Scientific Conference "Standard samples in measurements and technologies"*. Yekaterinburg, 2015, pp. 214—218. (In Russ.)
39. Palik E. D. *Handbook of optical constants of solids*. New York: Academic press, 1998, 3224 p.
40. Kozlova N. S., Buzanov O. A., Kasimova V. M., Kozlova A. P., Zabelina E. V. Optical characteristics of single crystal  $Gd_3Al_2Ga_3O_{12}$ : Ce. *Modern Electronic Materials*, 2018, vol. 4, no 1, pp. 7—12. DOI: 10.3897/j.moem.4.1.33240
41. Kozis E. V., Zadernovskiy A. A. *Eksperimental'noye opredeleniye pokazatelya prelomleniya prozrachnogo materiala razlichnymi metodami: laboratornaya rabota* [Experimental determination of the refractive index of a transparent material by various methods: laboratory work]. Moscow: MIREA, 2002, 12 p. (In Russ.)
42. Stephenson D. *Modeling variation in the refractive index of optical glasses*: thesis. New York: Rochester Institute of Technology, 1990, 163 p.

**Acknowledgments.** *The work was accomplished with financial support from the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of a state assignment (fundamental research, project No. 0718-2020-0031). The experiments were carried out at the Inter-University Test Laboratory for semiconductors and dielectrics "Single Crystals and Stock on their Base" of the National University of Science and Technology MI-SiS. The authors are grateful to JSC Fomos-Materials and O.A. Buzanov for the samples provided.*

Received January 5, 2020

\* \* \*