

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МАТЕРИАЛОВЕДЕНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТОВ /
MATHEMATICAL MODELING IN MATERIALS SCIENCE OF ELECTRONIC COMPONENTS**

Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. 2024. Т. 27, № 2. С. 132—139.

DOI: 10.17073/1609-3577j.met202310.603

УДК 548.55:621.315

**Моделирование МГД–воздействия на течение
расплава кремния в процессе Чохральского**

© 2024 г. Н. А. Вerezub✉, А. И. Простомолотов

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,
просп. Вернадского, д. 101, корп. 1, Москва, 119526, Российская Федерация*

✉ Автор для переписки: verezub@ipmnet.ru

Аннотация. Рассмотрено применение вращающегося магнитного поля (ВМП) в технологии выращивания кристаллов полупроводников из расплава методом Чохральского, в том числе использование для верификации результатов данной работы известных данных физического моделирования течений электропроводящего раствора КОН в цилиндрическом тигле в ВМП. Изучена математическая модель гидродинамических процессов применительно к выращиванию монокристаллов кремния диаметром 100 мм на установке Редмет–30, оснащенной ВМП–магнитом. Приведены результаты теста расчетного профиля азимутальной скорости с данными измерений в растворе КОН. В виде диаграммы устойчивости обобщены результаты параметрических исследований устойчивости течений расплава в зависимости от частоты и значений индукции ВМП.

Ключевые слова: рост кристалла, магнитная гидродинамика, моделирование

Благодарности: Работа выполнена по теме госзадания ИПМех РАН (№ 123021700045–7).

Для цитирования: Вerezub Н.А., Простомолотов А.И. Моделирование МГД–воздействия на течение расплава кремния в процессе Чохральского. *Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники.* 2024; 27(2): 132—139. <https://doi.org/10.17073/1609-3577j.met202310.603>

**Simulation of MHD–influence on silicon melt flow
in Czochralski process**

N. A. Vererzub✉, A. I. Prostomolotov

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences,
101-1 Vernadskogo Ave., Moscow 119526, Russian Federation*

✉ Corresponding author: verezub@ipmnet.ru

Abstract. The applications of rotating magnetic field (RMF) in semiconductor crystals growth technology from a melt by Czochralski method (Cz) are discussed, including the known data of physical

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на V–й международной конференции «Математическое моделирование в материаловедении электронных компонентов», Москва, 23–25 октября 2023 г.

modeling of an electrically conductive KOH solution flows in a cylindrical crucible under RMF are considered and verified. Mathematical model of hydrodynamic processes is considered in relation to silicon single crystal growth in 100 mm diameter on Redmet–30 furnace equipped by RMF–magnet. The test results of calculated azimuth velocity profile with the measured data in KOH solution are presented. The results of parametric studies of melt flows stability in depending on the frequency and magnitude of RMF induction are summarized in the stability diagram.

Keywords: crystal growth, magnetic hydrodynamics, modeling

Acknowledgments: The work was carried out on the topic of the state assignment of the Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences (No. 123021700045–7).

For citation: Vererzub N.A., Prostomolotov A.I. Simulation of MHD–influence on silicon melt flow in Czochralski process. *Izvestiya vuzov. Materialy elektronnoi tekhniki = Materials of Electronics Engineering*. 2024; 27(2): 132–139. <https://doi.org/10.17073/1609-3577j.met202310.603>

Введение

Конструктивная реализация трехфазного магнитогиродинамического (МГД) вращателя состоит в горизонтальном размещении относительно тигля трех катушек со сдвигом в горизонтальном направлении под углом 120° , подводимая мощность и частота тока в обмотке катушек могут варьироваться. В простейшем случае катушки соединяются трехфазным автотрансформатором, работающим на уровне сетевой частоты 50 Гц. Согласно обзору [1], в технологических экспериментах с МГД–вращателем обнаружены три характерных структуры полосчатой примесной неоднородности в выращенных кристаллах: 1) малые значения питающего магниты тока не приводят к искажению хаотической структуры полос; 2) средние значения тока приводят к их упорядочению; 3) большие значения тока приводят к появлению на поверхности слитка периодически расположенных микрополос с большим расстоянием между ними, чем при малых и средних значениях тока (50 вместо 70 мА). При более высоких скоростях вращения кристалла и действии МГД–вращателя в последнем режиме возможно получение плоского фронта кристаллизации (ФК) при отсутствии промежуточных полос и межполосных участков. В работе [2] проведены измерения скорости вращения расплава во вращающемся магнитном поле (ВМП).

В работе [3] представлено физическое и математическое моделирование течения электропроводящей жидкости в ВМП. В эксперименте цилиндр из оргстекла радиусом 75 мм, высотой 100 мм с торцами из нержавеющей стали помещался в расточку статора трехфазного асинхронного двигателя. Питание обмоток статора осуществлялось через трансформатор от сети с частотой 50 Гц. Измерения

напряженности магнитного поля показали, что оно слабо меняется по высоте статора (четырёхполюсник). В качестве модельной жидкости был выбран 25%-ный водный раствор КОН. Скорость вращения жидкости измерялась термоанемометром. К медным держателям датчика, пропущенным через стальную трубку с внешним диаметром 1,25 мм, припаивалась платиновая нить длиной 6 мм и диаметром 6 мкм. Датчик включался в мостовую схему, которая питалась током 500 мА, дисбаланс измерялся потенциометром. Конструкция позволяла вращать датчик вокруг своей оси и перемещать по высоте тигля. Основными экспериментальными результатами являлись зависимости скорости вращения жидкости от числа Гартмана ($Ha < 10$) и радиальное распределение скорости вращения при различных числах Гартмана ($Ha < 22$).

В цикле работ [4–7] изучались гидродинамические явления, возникающие в ВМП, в том числе при выращивании монокристаллов по методу Чохральского (МЧ–монокристаллов). Исследовалось меридиональное течение при противовращении кристалла и тигля и показано уменьшение интенсивности течения под действием ВМП. Проведены измерения скорости вращения на свободной поверхности расплава с помощью крыльчатки, состоящей из тонкого пластмассового диска с лопатками из нержавеющей стали. Ось крыльчатки была зафиксирована на оси тигля при помощи стержня из нержавеющей стали. В качестве модельной жидкости использовалась ртуть, в качестве тиглей — стеклянные сосуды различных диаметров, варьировалась высота ртути в тигле. В качестве МГД–вращателя использовался статор двухполюсной асинхронной машины с питанием от сети трехфазного тока промышленной частоты через регулируемый трехфазный автотрансформатор.

Во избежание влияния нагрева ртути опыты проводились кратковременно и начинались с больших значений силы тока с последующим уменьшением. Основной результат эксперимента состоял в получении зависимости магнитной индукции от высоты расплава в тигле.

В работе [8] представлены результаты теста численных и экспериментальных результатов при воздействии ВМП. В частности, математическое и физическое моделирование выполнено с использованием низкотемпературного (модельного) расплава — эвтектики галлия (GaInSn) в целях изучения устойчивости течения и температурных колебаний в широком диапазоне изменения чисел Гартмана и Рейнольдса. Определены профили азимутальной компоненты скорости на поверхности расплава в зависимости от интенсивности электромагнитного поля, его ориентации и скоростей вращения кристалла и тигля. В работах [9, 10] приведены математическая модель ВМП, рассмотрен тестовый вариант течения в замкнутой полости при различных типах индуктора при симметричном и несимметричном его положении. Проведены параметрические исследования течения неизоэтермического расплава для одинарного и двойного индукторов. Для двойного индуктора анализируются радиальные зависимости азимутальной скорости (дается сравнение с экспериментом). Экспериментально показано, что при выращивании в ВМП форму ФК удаётся перевести от вогнутой в кристалл к плоской при индукции $B = 9$ мТл (при высоких скоростях вытягивания $V_p = 60$ мм/ч) и сделать выпуклой при 7 мТл (при средних $V_p = 24$ мм/ч).

В работе [11] проведены численные расчеты по Simple-алгоритму и физическое моделирование с использованием расплавов Ga и эвтектики InGaSn, помещаемых в цилиндрический сосуд, при воздействии ВМП. Проанализированы изотермические течения, их структуры и распределения азимутальной скорости v в расплаве. Установлено, что максимальная скорость течения $v_{\max} \sim B^2$ ($0,0007 < v_{\max} < 5$ мм/с) при индукции $B < 1$ мТл и $v_{\max} \sim B^{4/3}$ ($5 < v_{\max} < 100$ мм/с) при $1 < B < 10$ мТл. Рассмотрено влияние твердой верхней границы, приведены радиальные и осевые зависимости $v_{\max}$. Показано, что $v_{\max}$ определяется только индукцией, а положение максимальной величины в радиальном

распределении $v_{\max}$ при разных частотах ВМП (0,1; 1; 10 Гц) смещается к краю при росте частоты. Установлено, что с увеличением глубины расплава угловая скорость расплава $\Omega_{\max}$ изменяется с 0,5 до 2,8 с⁻¹. В работе [12] изложен подход, в котором используется конечно-элементный пакет *Femag* для расчета магнитной гидродинамики.

Математическая модель воздействия МГД-вращателя на расплав

Схема гидромеханической МЧ-модели приведена на рис. 1. Предполагается, что определяющую роль играют гидродинамические процессы в расплаве.

Форма тигля является цилиндрической с плоским или выпуклым дном. Тепловые условия (распределения температуры или тепловых потоков) на стенках тигля и поверхности расплава считаются заданными. Фронтальная кристаллизация со стороны расплава задается плоскостью на уровне поверхности расплава (см. рис. 1, граница 4), в котором поддерживается температура кристаллизации T_m . В этой модели подкристалльный столбик расплава предполагается твердым и относится к расчетной области кристалла. На рис. 1 он показан в виде области между границами 3 и 4.

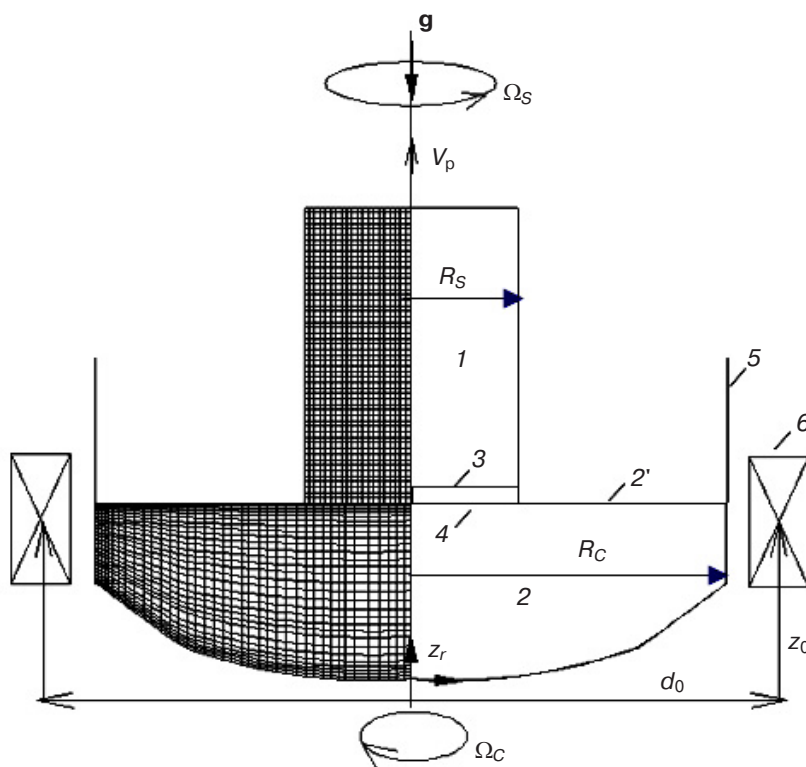


Рис. 1. Схема МЧ-математической модели: 1 — кристалл; 2 — расплав; 2' — свободная поверхность расплава; 3, 4 — области перемещения ФК; 5 — тигель; 6 — ВМП-магнит (d_0, z_0 — параметры его расположения); R_s, R_c — радиус кристалла и тигля соответственно

Fig. 1. Scheme of the MF mathematical model: (1) crystal, (2) melt, (2') free surface of the melt; (3, 4) areas of movement of the FC, (5) crucible, (6) RMF magnet (d_0, z_0 is parameters of its location), R_s, R_c is radius of the crystal and crucible, respectively

В кристалле решается уравнение теплопроводности при заданных распределениях температуры на верхнем торце и боковой поверхности, а также при задаваемом из решения гидродинамической задачи распределении тепловых потоков на границе 4. Граница 3 (см. рис. 1) является рассчитываемой изотермой кристаллизации T_m , которая принимается за ФК.

Движение расплава кремния описывается уравнениями Навье—Стокса для вязкой несжимаемой жидкости, которые решаются совместно с уравнением переноса тепла. Системы трехмерных уравнений Навье—Стокса, неразрывности и теплопереноса в (r, z, φ) -координатах в покомпонентном виде приведены в [13].

Тепловая конвекция учитывается компонентой объемной силы в уравнении для осевой скорости (w), которая зависит от локальной температуры T и числа Грасгофа $Gr = g\beta_T R_S^3 \Delta T / \nu^2$ где ν — кинематическая вязкость; $\beta_T = -\rho_0^{-1} \frac{\partial \rho}{\partial T}$ — коэф-

фициент теплового расширения; ρ — плотность; χ — коэффициент температуропроводности. Теплофизические свойства расплава кремния учитываются в числе Прандтля $Pr = \nu/\chi$. В расчетах использовалась безразмерная температура $\theta = T/\Delta T$, где ΔT — характерная разность температур между максимальной температурой на тигле и температурой кристаллизации кремния $T_m = 1683$ К.

Скорости вращения кристалла Ω_S и тигля Ω_C учитываются в граничных условиях для азимутальной скорости посредством числа Рейнольдса $Re = \Omega_S R_S / \nu$ и числа Россби $Ros = \Omega_C / \Omega_S$.

Периодическое изменение магнитной индукции от МГД-вращателя предполагается по следующей формуле: $B^{(\varphi)} = B_0(z) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, характеризующейся следующими безразмерными параметрами: $Ha = R_S B_0 \sigma^{1/2} (\nu \rho)^{-1/2}$ — число Гартмана и $Re_R = \omega_0 R_S^2 / \nu$ — магнитное число Рейнольдса, где σ — электропроводность кремния; B_0 — амплитуда изменения магнитного поля и ω_0 — его угловая частота. При этом в уравнение Навье—Стокса для радиальной и осевой компонент скорости (u, w) и момента азимутальной скорости (M) добавляются соответствующие компоненты объемной силы в виде следующих слагаемых:

$$F_B^u = \frac{-0,5 Ha^2 u}{Re} B_0(z)^2, \quad F_B^w = \frac{Ha^2 w}{Re} B_0(z)^2,$$

$$F_B^M = \frac{0,5 Ha^2}{Re} \left(\frac{Re_R r}{Re} - \frac{M}{r} \right) B_0(z)^2.$$

При численном решении этих уравнений применялось приближение «искусственной сжимаемости» и трехшаговый вариант метода расщепления [13].

Результаты теста

В работе [3] представлены результаты физического моделирования течений в электропроводной жидкости (25%-ный водный раствор КОН), находившейся в полностью закрытом стеклянном цилиндрическом сосуде высотой H в ВМП. Данные этой работы использованы в качестве теста. В нем параметры модели были следующими: $R_S = R_C = 7,5$ см; $H = 10$ см; $\rho = 1$ г/см³; $\nu = 0,01$ см²/с; $\sigma = 0,15$ Ом⁻¹ · см⁻¹. Однородное магнитное поле имело следующие характеристики: частота $\omega_0 = 314$ рад/с, амплитуда магнитной индукции $B_0 = 0,05; 0,04; 0,03$ Тл, что соответствовало следующим безразмерным параметрам: $Ha_R = 0,4593; 0,3674; 0,2756$ и $Re_R = 1,77 \cdot 10^6$. В табл. 1 представлены сравнительные данные максимального значения азимутальной скорости жидкости в сечении $z = H/2$, а также отношения угловых скоростей вращения жидкости ω и поля ω_0 . Анализ этих данных показывает, что увеличение индукции магнитного поля ведет к росту максимального значения азиму-

Таблица 1 / Table 1

Тест течения, вызванного действием ВМП
Rotating magnetic field induced current test

Ha_R	v , см/с [3]	v , см/с	$(\omega/\omega_0) \cdot 10^3$
0,4593	2,9	2,47	1,41
0,3674	2,1	1,78	1,02
0,2756	1,375	1,17	0,54

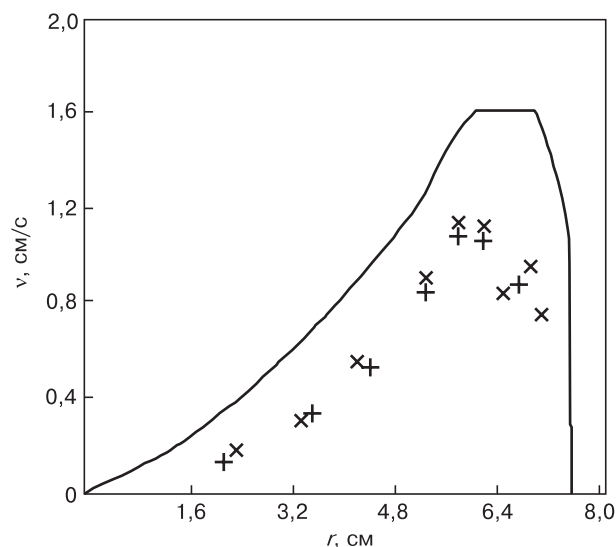


Рис. 2. Радиальное распределение азимутальной компоненты скорости v в КОН изотермическом растворе при действии ВМП ($Re_R = 1,77 \cdot 10^6$, $Ha_R = 0,3674$). Сплошная линия — данные тестовых расчетов; $\times$, $+$ — результаты двух серий измерений [3]

Fig. 2. Radial distribution of the azimuthal component of velocity v in an isothermal KOH solution under the action of a high-frequency magnetic field ($Re_R = 1,77 \cdot 10^6$, $Ha_R = 0,3674$). Solid line is data from test calculations; $\times$, $+$ is results of two series of measurements [3]

тальной скорости и относительной угловой скорости вращения жидкости. На рис. 2 показан профиль азимутальной скорости v в радиальном направлении для среднего сечения цилиндра ($z = H/2 = 5$ см) и представлены данные двух измерений.

Согласно проведенным расчетам, физическое время установления профиля азимутальной скорости в жидкости в состоянии покоя соответствует экспериментальному и составляет ~ 4 мин при $\omega/\omega_0 = 0,54 \cdot 10^{-3}$. В целом можно отметить хорошее соответствие расчетного и экспериментальных профилей азимутальной скорости, а некоторое превышение расчетных значений над экспериментальными объясняется отсутствием учета в математической модели электропроводности торцов цилиндрического сосуда, обуславливающей ослабление магнитного поля.

Результаты расчетов для промышленной установки

Рассмотрены результаты математического моделирования применительно к устройству для электромагнитного вращения при выращивании кристаллов кремния на установке РЕДМЕТ-30 [14]: радиусы кристалла $R_S = 5$ см и тигля $R_C = 13,5$ см, высота расплава $H = 15,5$ см. Обнаружено, что осевая пространственная ВМП-неоднородность приводит к изменению структуры течения. Отмечается смещение максимума в распределении азимутальной компоненты скорости к боковой стенке тигля с увеличением чисел Ha и Re_R . В зависимости от их значений в расплаве реализуются стационарные и колебательные режимы течения. При ВМП-воздействии расплав вращается в направлении вращения магнитного поля, исключение составляет его слой вблизи боковой стенки тигля, где возникает вертикальный каскад вихрей (рис. 3, а, сплошные линии — изолинии азимутального момента скорости). Возможная неустойчивость структуры течения в ВМП обусловлена торможением вынужденного движения в пограничном пристеночном слое, причем область неустойчивости меридионального движения сосредоточена вблизи боковой стенки тигля. При увеличении Ha и Re_R отмечается рост максимального значения момента азимутальной скорости и смещение положения ее максимума к боковой стенке. Частотная обработка колебательных режимов показывает, что характерные частоты колебаний радиальной и осевой компонент скорости растут при усилении магнитного воздействия, т.е. с увеличением Ha_R и Re_R .

Известно, что без ВМП-воздействия нагрев тигля создает одновихревое меридиональное течение тепловой конвекции от стенки тигля к кристаллу и такое течение изменяет структуру изотерм по сравнению с режимом теплопроводности [1]. Однако проведенные расчеты показывают, что воздействие ВМП вызывает подавление такого меридионального движения расплава, в результате чего структура изотерм становится аналогичной режиму теплопроводности (рис. 3, б). На рис. 4 приведены структуры течения и изотермы $\theta = T/\Delta T$ при выращивании кристаллов кремния в ВМП в условиях вращения кристалла и тигля ($Gr = 8 \cdot 10^7$, $Re_S = 8000$). Можно отметить, что в этом случае ВМП оказывает определяющее влияние на распределение азимутального момента вращения и температурное поле в расплаве.

сти [1]. Однако проведенные расчеты показывают, что воздействие ВМП вызывает подавление такого меридионального движения расплава, в результате чего структура изотерм становится аналогичной режиму теплопроводности (рис. 3, б). На рис. 4 приведены структуры течения и изотермы $\theta = T/\Delta T$ при выращивании кристаллов кремния в ВМП в условиях вращения кристалла и тигля ($Gr = 8 \cdot 10^7$, $Re_S = 8000$). Можно отметить, что в этом случае ВМП оказывает определяющее влияние на распределение азимутального момента вращения и температурное поле в расплаве.

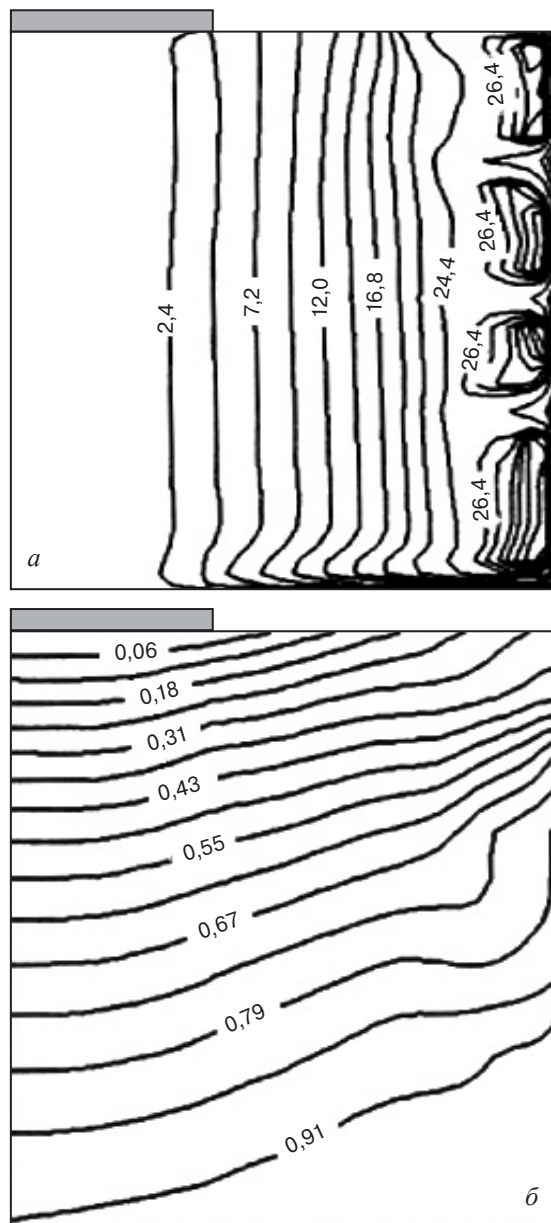


Рис. 3. Структуры течения и изотермы в расплаве при выращивании кристаллов кремния в ВМП при $Re_R = 1,12 \cdot 10^3$, $Ha_R = 3,33$: а — изолинии момента азимутальной скорости в изотермическом расплаве; б — изотермы $\theta = T/\Delta T$ при тепловой конвекции

Fig. 3. Flow structures and isotherms in the melt during silicon crystal growth in the RMF at $Re_R = 1.12 \cdot 10^3$, $Ha_R = 3.33$: (a) isolines of the azimuthal velocity moment in the isothermal melt, (b) isotherms $\theta = T/\Delta T$ during thermal convection

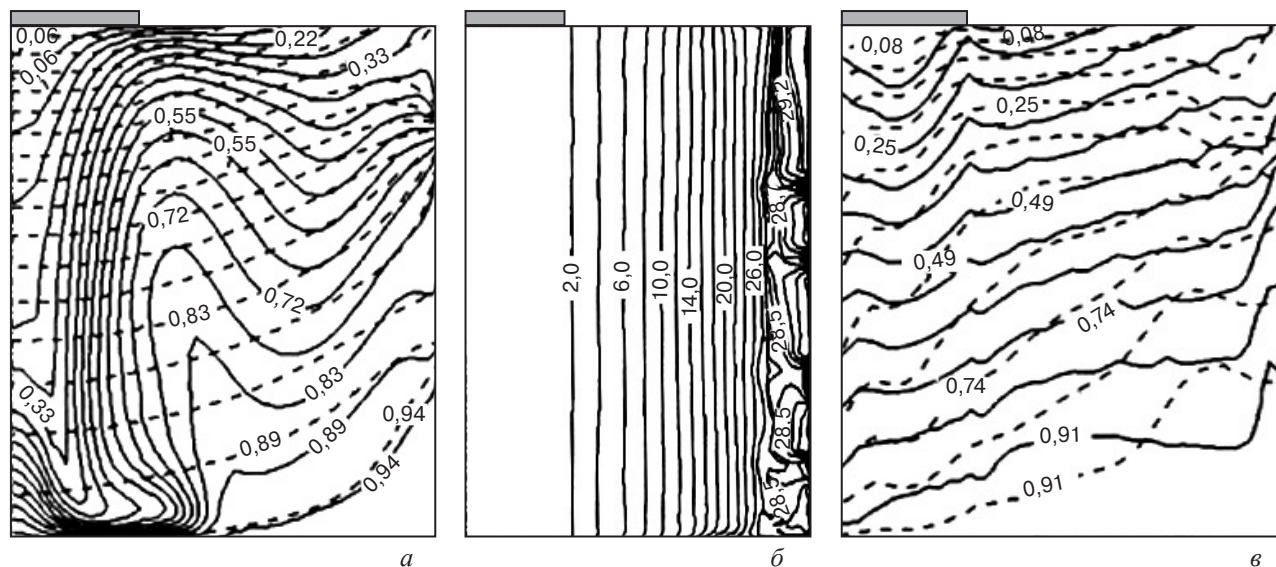


Рис. 4. Структуры течения и изотермы в расплаве при выращивании кристаллов кремния в ВМП при вращении кристалла и тигля ($Gr = 8 \cdot 10^7$, $Re_S = 8000$): а — изотермы, $Ros = 0.6$, $Re_R = 10^6$, $Ha_R = 2$ (пунктир — режим теплопроводности); б — изолинии момента азимутальной скорости ($Ros = 0$, $Re_R = 10^6$, $Ha_R = 2$); в — изотермы, $Ros = 0$, $Re_R = 10^6$, $Ha_R = 200$ (пунктир — режим б)

Fig. 4. Flow structures and isotherms in the melt during silicon crystal growth in the RMF with rotation of the crystal and crucible ($Gr = 8 \cdot 10^7$, $Re_S = 8000$): (a) isotherms, $Ros = 0.6$, $Re_R = 10^6$, $Ha_R = 2$ (dashed line is thermal conductivity mode); (б) isolines of the azimuthal velocity moment ($Ros = 0$, $Re_R = 10^6$, $Ha_R = 2$); (в) isotherms, $Ros = 0$, $Re_R = 10^6$, $Ha_R = 200$ (dashed line is mode б)

На основе проведенных параметрических расчетов сделаны оценки амплитудно-частотных характеристик гидродинамически неустойчивых режимов ВМП-течений.

В частности, на рис. 5, а приведены спектральные плотности пульсаций осевой компоненты скорости w в подкристалльном слое ($z = 0.9H$, $r = R_S/3$), где выделяются характерные частоты: 1 и 3 Гц. Такое осциллирующее воздействие на ВМП-течение около ФК является важным модулирующим фактором на вхождение примесей из расплава

в кристалл, определяющее явление полосчатой примесной неоднородности растущих кристаллов кремния. Так, если постоянные магнитные поля применяются для подавления конвективного течения расплава, то воздействие ВМП позволяет создать дополнительное вращение расплава и может использоваться для управления процессом роста монокристаллов.

Впервые диаграмма устойчивости ВМП-течений была предложена в [5] на основе обобщения ряда теоретических работ. В данной работе

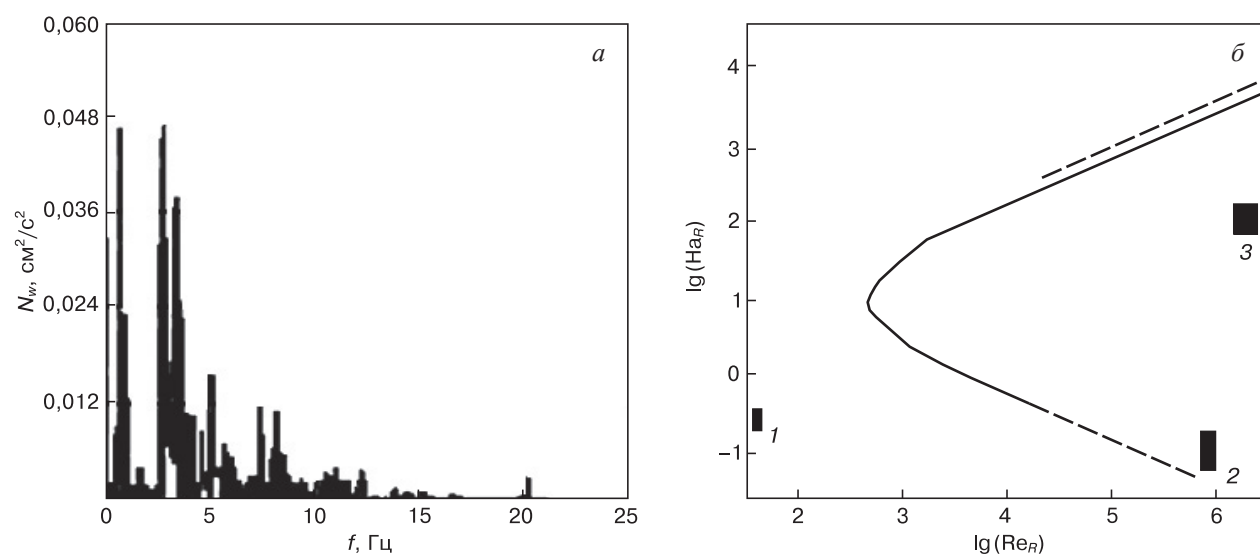


Рис. 5. Спектральная плотность пульсаций осевой компоненты скорости в подкристалльном слое при действии ВМП: $Gr = 9 \cdot 10^7$, $Re = 6 \cdot 10^3$, $Re_R = 2.2 \cdot 10^6$, $Ha_R = 33.3$ (а); диаграмма устойчивости ВМП-течения расплава кремния с данными других авторов: пунктир [6], 1 — [15], 2 — [16], 3 — [14] (б)

Fig. 5. Spectral density of pulsations of the axial velocity component in the subcrystalline layer under the action of the RMF: $Gr = 9 \cdot 10^7$, $Re = 6 \cdot 10^3$, $Re_R = 2.2 \cdot 10^6$, $Ha_R = 33.3$ (a); diagram of the stability of the RMF flow of silicon melt with data from other authors: dotted line [6], 1 is [15], 2 is [16], 3 is [14] (б)

такая диаграмма была построена применительно к условиям выращивания кристаллов кремния с использованием ВМП [14] и дополнена известными данными других авторов для слабых и сильных ВМП-воздействий. Расчеты при малых числах Гартмана, соответствующих слабому ВМП ($Ha_R = 0,3—30$) показали, что силовое ВМП-воздействие на расплав сравнимо с силами вязкого трения, приводящими расплав в движение за счет вращения кристалла и тигля. В этом случае значительно проявляется магнитный аналог течения Куэтта между вращающимися цилиндрами на границе устойчиво вращающегося ядра, а для соответствия часто используется магнитный аналог известного критерия Тейлора в виде $Ha_R^2 Re_R$.

Однако для больших чисел Гартмана известная энергетическая оценка устойчивости ВМП-течений [5]. В ней отмечается близость скорости вращения на границе устойчивого ядра течения к фазовой ВМП-скорости, поэтому кинетическая энергия течения практически не изменяется при увеличении индукции ВМП, хотя диссипация энергии возрастает. Оценки, сделанные в работе [5], позволяют определить соотношения, в соответствии с которым при $Re_R \approx 10^6$ магнитная индукция ~ 1 Тл стабилизирует течение $Ha_R^2 / [2 \ln(Ha_R / 2^{-3/2})] > Re_R$. В данной работе параметрические расчеты выполнены в широком диапазоне изменения чисел Ha_R и Re_R : $0,033 < Ha_R < 3300$, $1,12 < Re_R < 1,12 \cdot 10^7$, которые охватывали также параметры промышленных процессов выращивания монокристаллов кремния: по радиусам выращиваемых монокристаллов кремния $R_S = 4$ и 5 см для стандартных параметров загрузки расплава в тигель для радиуса тигля — $R_C = 13,5$ см и высоте загрузки расплава — $H_C = 15,5$ см.

Обобщенная диаграмма устойчивости течения расплава при ВМП-воздействии построена в переменных ($\lg(Ha_R)$, $\lg(Re_R)$) и представлена на рис. 5, б. На ней сплошная линия ограничивает область

устойчивости течения. Справа от нее находится область, соответствующая неустойчивым (колебательным) режимам. Показанные пунктирные линии соответствуют асимптотикам, полученным при больших числах Ha_R и Re_R и представленным в работе [6]. На рис. 5, б учтены данные других работ с использованием ВМП-воздействия для космических экспериментов: 1 — [15], 2 — [16], 3 — [14]. По результатам данной работы [6] для ВМП-воздействия при МЧ-выращивании кристаллов кремния диаметром 100 мм ветви диаграммы описываются следующим образом. При $\lg(Re_R) > 3,05$ (или $Re_R > 1,12 \cdot 10^3$) нижнюю и верхнюю ветви сплошной линии можно описать формулами: $\lg(Ha_R) = -0,67 \lg(Re_R) + 2,45$ (нижняя ветвь), $\lg(Ha_R) = 0,56 \lg(Re_R) - 0,044$ (верхняя ветвь). Эти результаты подтверждаются данными других авторов. В частности, для наземной технологии выращивания кристаллов течение является устойчивым при сильном ВМП с индукцией $B_0 > 0,78$ Тл для «сетевой» частоты 50 Гц [14]. Однако для космических условий выращивания кристаллов [15] приемлемым является слабое ВМП с индукцией $B_0 = 17,5$ мТл при низких частотах, которые не превышают 0,025 Гц.

Заключение

При ВМП-воздействии параметрически исследована устойчивость и амплитудно-частотные характеристики гидромеханических структур в зависимости от чисел Re_R и Ha_R , что позволило построить диаграмму, показывающую области гидродинамической устойчивости/неустойчивости с учетом теоретических асимптотик для слабых и сильных магнитных полей и экспериментальных данных других авторов. Рекомендуются оптимальные параметры ВМП для промышленного процесса выращивания МЧ-монокристаллов кремния.

Библиографический список / References

1. Шашков Ю.М. Методы выращивания монокристаллов и пленок материалов твердотельной электроники. В кн.: *Итоги науки и техники. Электроника*. М.: ВИНТИ; 1988. Т. 18. С. 184—216.
2. Shashkov Yu.M. Methods for growing single crystals and films of solid-state electronics materials. In: *Results of science and technology. Electronics*. Moscow: VINITI; 1988. Vol. 18. P. 184—216. (In Russ.)
3. Архипова Л.В., Кескюла В.Ф., Кильк А.О. Экспериментальное определение скорости вращения расплава во вращающемся магнитном поле. В кн.: *Труды Таллинского политехнического института*. Таллин: ТПИ; 1983. № 655. С. 18—25.
4. Arkhipova L.V., Keskula V.F., Kilik A.O. Experimental determination of the melt rotation speed in a rotating magnetic field. In: *Proceed. of the Tallinn Polytechnic Institute*. Tallinn: TPI; 1983. No. 655. P. 18—25. (In Russ.)
5. Горбачев Л.П., Никитин Н.В., Устинов А.Л. О МГД-вращении электропроводной жидкости в цилиндрическом сосуде конечных размеров. *Магнитная гидродинамика*. 1974; (4): 32—42.
6. Gorbachev L.P., Nikitin N.V., Ustinov A.L. On MHD rotation of an electrically conductive liquid in a cylindrical vessel of finite dimension. *Magnitnaya gidrodinamika = Magnetohydrodynamics*. 1974; (4): 32—42. (In Russ.)
7. Зибольд А.Ф., Капуста А.Б., Кескюла В.Ф., Петров Г.Н., Ремизов О.А. Гидродинамические явления, возникающие при выращивании монокристаллов по методу Чохральского во вращающемся магнитном поле. *Магнитная гидродинамика*. 1986; (2): 100—104.
8. Zibol'd A.F., Kapusta A.B., Keskylu V.F., Petrov G.N., Remizov O.A. Hydrodynamic phenomena arising when growing single crystals using the Czochralski method in a

rotating magnetic field. *Magnitnaya gidrodinamika = Magnetohydrodynamics*. 1986; (2): 100—104. (In Russ.)

5. Капуста А.Б. Одна простая энергетическая оценка устойчивости течений, возбуждаемых вращающимся магнитным полем. *Магнитная гидродинамика*. 1984; (1): 63—65.

Kapusta A.B. One simple energy estimate of the stability of flows excited by a rotating magnetic field. *Magnitnaya gidrodinamika = Magnetohydrodynamics*. 1984; (1): 63—65. (In Russ.)

6. Капуста А.Б., Зибольд А.Ф. Стационарная неустойчивость осесимметричного течения, возбуждаемого высокочастотным вращающимся магнитным полем. *Магнитная гидродинамика*. 1983; (1): 77—81.

Kapusta A.B., Zibol'd A.F. Stationary instability of an axisymmetric flow excited by a high-frequency rotating magnetic field. *Magnitnaya gidrodinamika = Magnetohydrodynamics*. 1983; (1): 77—81. (In Russ.)

7. Капуста А.Б., Шамота В.П. Вращательное течение проводящей жидкости в переменном электромагнитном поле. *Магнитная гидродинамика*. 1991; (4): 116—119.

Kapusta A.B., Shamota V.P. Rotational flow of a conducting fluid in an alternating electromagnetic field. *Magnitnaya gidrodinamika = Magnetohydrodynamics*. 1991; (4): 116—119. (In Russ.)

8. Бояревич А.В., Горбунов Л.А., Люмкис Е.Д. Физическое и численное моделирование влияния вертикального магнитного поля на вынужденную конвекцию в процессах выращивания монокристаллов методом Чохральского. *Магнитная гидродинамика*. 1983; (2): 81—87.

Boiarevich A.V., Gorbunov L.A., Lyumkis E.D. Physical and numerical modeling of the influence of a vertical magnetic field on forced convection in the processes of growing single crystals using the Czochralski method. *Magnitnaya gidrodinamika = Magnetohydrodynamics*. 1983; (2): 81—87. (In Russ.)

9. Abricka M., Krumins J., Gelfgat Yu. Numerical simulation of MHD rotator action on hydrodynamics and heat transfer in single crystal growth processes. *Journal of Crystal Growth*. 1997; 180(3–4): 388—400.

10. Gelfgat Yu.M., Abricka M., Krumins J. Influence of alternating magnetic field on the hydrodynamics and heat/

mass transfer in the processes of bulk single crystal growth. In: Ginkin V.P. (ed.). *Proc. of 4th Int. conf. ICSC–2001. Obninsk, Russia, September 24–28, 2001*. Obninsk: IPhPE; 2001. P. 68—79.

11. Barz R.U., Gerbeth G., Wunderwald U., Buhig E., Gelfgat Y.M. Modelling of the isothermal melt flow due to rotating magnetic fields in crystal growth. *Journal of Crystal Growth*. 1997; 180: 410—421.

12. Virbus J., Wetzel Th., Muiznieks A., Hanna B., Dornberger E., Tomzig E., Mühlbauer A., von Ammon W. Numerical investigation of silicon melt flow in large diameter CZ-crystal growth under the influence of steady and dynamic magnetic fields. *Journal of Crystal Growth*. 2001; 230(1–2): 92—99.

13. Гончаров А.Л., Девдариани М.Т., Простомолотов А.И., Фрязинов И.В. Аппроксимация и численный метод решения трехмерных уравнений Навье—Стокса на ортогональных сетках. *Математическое моделирование*. 1991; 3(5): 89—109.

Goncharov A.L., Devdariani M., Beritashvili I., Prostomolotov A.I., Fryazinov I.V. Approximation and a numerical method for the solution of three-dimensional Navier—Stokes equations on orthogonal grids. *Matematicheskoe modelirovanie*. 1991; 3(5): 89—109. (In Russ.)

14. Пат. РФ № 2022067. Качалов Р.М., Пелевин О.В., Рубинраут А.М., Бочкарев Э.П. Способ получения кристаллического полупроводникового материала и устройство для его осуществления. Заявл. 29.01.1991; опубл.: 30.10.1994.

Pat. No 2022067C1 (RU). Kachalov R.M., Pelevin O.V., Rubinraut A.M., Bochkarev E.P. Process of production of crystalline semiconductor material and device to implement it. Appl.: 29.01.1991; publ.: 30.10.1994. (In Russ.)

15. Kakimoto K. Effects of rotating magnetic fields on temperature and oxygen distributions in silicon melt. *Journal of Crystal Growth*. 2002; 237–239: 1785—1790. [https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)02341-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(01)02341-7)

16. Kartavykh A.V., Kopeliovich E.S., Milvidskii M.G., Rakov V.V., Yurova E.S. Formation of inhomogeneous impurity distribution in germanium single crystals grown under conditions of microgravity. *Crystallography Reports*. 1997; 42(4): 755—761.

Информация об авторах / Information about the authors

Верезуб Наталия Анатольевна — канд. физ.-мат. наук, доцент, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, просп. Вернадского, д. 101, корп. 1, Москва, 119526, Российская Федерация; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7948-8050>; e-mail: verezub@ipmnet.ru

Nataliya A. Verezub — Cand. Sci. (Phys.–Math.), Senior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 101–1 Vernadskii Ave., Moscow 119526, Russian Federation; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7948-8050>; e-mail: verezub@ipmnet.ru

Простомолотов Анатолий Иванович — доктор техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, просп. Вернадского, д. 101, корп. 1, Москва, 119526, Российская Федерация; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0430-7881>; e-mail: aprosto@inbox.ru

Anatoly I. Prostomolotov — Dr. Sci. (Eng.), Leading Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 101–1 Vernadskii Ave., Moscow 119526, Russian Federation; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0430-7881>; e-mail: aprosto@inbox.ru

Поступила в редакцию 27.10.2023; поступила после доработки 27.03.2024; принята к публикации 21.05.2024

Received 27 October 2023; Revised 27 March 2024; Accepted 21 May 2024