

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МАТЕРИАЛОВЕДЕНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТОВ /
MATHEMATICAL MODELING IN MATERIALS SCIENCE OF ELECTRONIC COMPONENTS**

Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. 2024. Т. 27, № 4. С. 330—340.

DOI: 10.17073/1609-3577j.met202411.627

УДК 621.315;534.2+530.145.6

Модифицированная цепочка масса–в–массе

© 2024 г. В. О. Турин¹✉, И. В. Назрицкий¹, Д. Д. Киреев¹,
П. А. Андреев¹, Ю. В. Илюшина²

¹ Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева,
ул. Комсомольская, д. 95, Орел, 302026, Российская Федерация

² Московский авиационный институт,
Волоколамское ш., д. 4, Москва, 125993, Российская Федерация

✉ Автор для переписки: voturin@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрены классическая и модифицированная (с дополнительным гармоническим взаимодействием между соседними внутренними массами) одномерная бесконечная цепочка масса–в–массе. Получены уравнения для акустической и оптической ветвей дисперсии, ширины запрещенной зоны и эффективной массы. Используя полученные уравнения, промоделированы классическая и модифицированная цепочка масса–в–массе при различных соотношениях масс и жесткостей пружин. Был проведен качественный анализ интересного частного случая $\omega_m = \omega_M$, на основе которого с использованием длинноволнового приближения получено формальное обобщение уравнений релятивистской квантовой механики.

Ключевые слова: классическая и модифицированная цепочка масса–в–массе, акустическая и оптические ветви дисперсии, запрещенная зона, эффективная масса, акустический метаматериал

Благодарности: Работа выполнена в рамках программы «Сириус. Лето: начни свой проект», проектная задача «Распространение волн в акустическом метаматериале на основе классической и модифицированной одномерной цепочки масса–в–массе». Авторы выражают благодарность за обсуждение Олегу Ивановичу Маркову и Евгению Александровичу Белкину.

Для цитирования: Турин В.О., Назрицкий И.В., Киреев Д.Д., Андреев П.А., Илюшина Ю.В. Модифицированная цепочка масса–в–массе. *Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники.* 2024; 27(4): 330—340. <https://doi.org/10.17073/1609-3577j.met202411.627>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на VI-й международной конференции «Математическое моделирование в материаловедении электронных компонентов», Москва, 21–23 октября 2024 г.

© 2024 National University of Science and Technology “MISIS”.

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

Modified mass-in-mass chain

V. O. Turin¹✉, I. V. Nazritsky¹, D. D. Kireev¹, P. A. Andreev¹, Yu. V. Ilyushina²

¹ *Orel State University named after I.S. Turgenev,
95 Komsomolskaya Str., Orel 302026, Russian Federation*

² *Moscow Aviation Institute,
4 Volokolamskoe Highway, Moscow 125993, Russian Federation*

✉ Corresponding author: voturin@mail.ru

Abstract. Mathematical models of acoustic metamaterials based on classical and modified (with additional harmonic interaction between neighboring internal masses) one-dimensional infinite mass-in-mass chain are considered. Equations are obtained for the acoustic and optical branches of the dispersion relation, for the band gap width, and for the effective mass. Using the derived equations, the classical and modified mass-in-mass chains are modeled at different ratios of masses and spring stiffness. A qualitative analysis of an interesting special case $\omega_m = \omega_M$ was performed, on the basis of which a formal generalization of the equations of relativistic quantum mechanics was obtained using the long-wave approximation.

Keywords: classical and modified mass-in-mass chains, acoustic and optical branches of dispersion, band gap, effective mass, acoustic metamaterials

Acknowledgments: The work was carried out within the framework of the program "Sirius. Summer: start your project", project task "Propagation of waves in an acoustic metamaterial based on a classical and modified one-dimensional mass-in-mass chain". The authors express their gratitude for the discussion to Oleg I. Markov and Evgeny A. Belkin.

For citation: Turin V.O., Nazritsky I.V., Kireev D.D., Andreev P.A., Ilyushina Yu.V. Modified mass-in-mass chain. *Izvestiya vuzov. Materialy elektronnoi tekhniki = Materials of Electronics Engineering*. 2024; 27(4): 330–340. <https://doi.org/10.17073/1609-3577j.met202411.627>

Введение

В 1967 г. В.Г. Веселаго опубликовал новаторскую работу [1], инициировавшую стремительное развитие исследований в области искусственных композитных материалов с необычными оптическими и акустическими свойствами — метаматериалов. Изучение акустических метаматериалов представляет интерес как с точки зрения фундаментальной значимости, так и перспективы практических приложений. Одним из перспективных использований таких материалов является возможность создания суперпоглопителя звука.

Кроме того, акустические метаматериалы могут быть полезны в акустоэлектронике и создания более эффективных звуковых систем для бытовой электроники.

На рис. 1, а представлена классическая одномерная бесконечная цепочка из масс m , соединенных пружинками с жесткостью I с периодом a [2, 3] (цепочка из одинаковых масс). Координату положения равновесия n -го груза обозначим $z_n = an$, а его смещение из положения равновесия — $u_n = z - z_n$. Силу взаимодействия между соседними грузами будем считать пропорциональной разности их смещений с коэффициентом пропорционально-

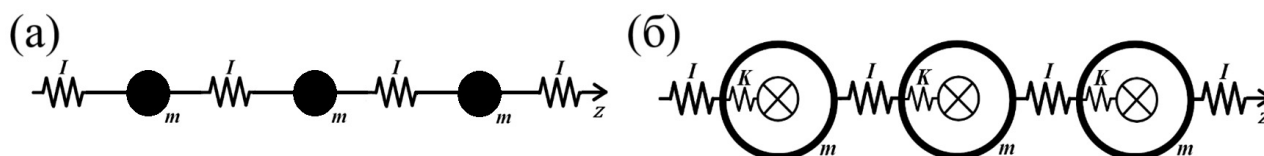


Рис. 1. Одномерная бесконечная цепочка из масс m , соединенных пружинками с жесткостью I (а); то же с добавлением пружин с жесткостью K , соединяющих каждую массу m с ее неподвижным положением равновесия, обозначенным кружком с крестиком (может рассматриваться как цепочка масса-в-массе (см. рис. 4, а) в случае $M \gg m$) (б)

Fig. 1. One-dimensional infinite chain of masses m connected by springs with stiffness I (a); the same with the addition of springs with stiffness K , connecting each mass m with its fixed equilibrium position, designated by a circle with a cross (can be considered as a mass-in-mass chain (see Fig. 4, a) in the case $M \gg m$) (b)